

接着継手中のき裂の弾塑性解析*

(接着剤厚みが破壊靭性値に及ぼす影響の評価)

池田 徹^{*1}, 山下 章^{*2}, 宮崎 則幸^{*1}

Elastic-Plastic Analysis of Cracks in Adhesive Joints (Effect of Bond Thickness on Fracture Toughness)

Toru IKEDA, Akira YAMASHITA and Noriyuki MIYAZAKI

The evaluation of fracture of a crack in an adhesive joint is important in relation to the structural integrity of adhesive joints and composite materials. It has been reported that the fracture toughness of a crack in a ductile adhesive joint depends on the bond thickness. Although this is an important problem of adhesive structures, the mechanism of the dependence has not yet been elucidated. In this study, the J -integral and the near-tip stress of a crack in an adhesive joint are investigated by elastic-plastic analysis. It is found that the stress field ahead of a crack tip under the mode I load does not depend on the shape of the specimen. In the case of a very thin adhesive layer, a decrease of the bond thickness causes increased stress ahead of the crack tip which results in a decrease of fracture toughness.

Key Words: Boundary Element Method, Finite Element Method, Fracture Mechanics, Adhesive Joints, J -integral, Fracture Toughness

1. 緒 言

接着剤中に存在するき裂の破壊強度を評価することは、接着構造物や複合材料の構造物の信頼性の点で重要である。接着剤層の厚みは、接着構造物の重要な設計パラメータの一つであるため、接着剤層の厚みが接着剤破壊靭性値に及ぼす影響について様々な研究が行われてきた。例えば、Bascomら⁽¹⁾⁽²⁾は、図4に示すTDCB(Tapered Double Cantilever Beam)接着継手を用いて実験を行い、高靭性エポキシ接着剤層中のき裂の破壊靭性値が、接着剤層の厚みが塑性域直徑と一致する時に最大となることを報告している。KinlochとShaw⁽³⁾は、Bascomらと同じ実験を行い、図1に示すような接着剤層厚み t の破壊靭性値 G_{Ic} への同様な依存関係を確かめた。彼らは、接着継手破壊靭性値は塑性域寸法に帰されると考え、図1に示すようなメカニズムを考えた。まず、接着剤層厚みが塑性域直徑 $2r_p$ より大きいとき($t_c:t > 2r_p$)、塑性域の大きさと破壊靭性値はバルク接着剤中のき裂のそれらと等しい。接着剤層厚みが減少して厚みが $2r_p$ に近づくと($t_c:t > 2r_p$)、接着剤層が被着材によって拘束を受け始め、塑性域が発達することで破壊靭性値が増加

する。次いで、接着剤層厚みが $2r_p$ に等しいとき($t_c:t=2r_p$)、塑性域の大きさと破壊靭性値が最大となる。さらに接着剤層厚みが減少して塑性域寸法より小さくなると($t_c:t < 2r_p$)、被着材によって塑性域の十分な発達が遮られ破壊靭性値が減少すると説明している。しかし、 J 積分を基にした非線形破壊力学では、塑性域の形状や拘束に関係なく、塑性領域内のき裂先端近傍応力場はHRR場^{(4)~(6)}によって表され、同一材料のき裂進展は同じ J 積分値において生じると考えられている。Kinlochらの塑性域体積によって破壊靭性値が変化するとする説明は、この非線形破壊力学の理論に矛盾するため、我々は、接着継手中のき裂の破壊靭性値の接着剤層厚み依存性は、別のメカニズムによるものと考えた。そこで、(1) BascomらやKinlochらは、接着継手の破壊靭性値を求めるにあたり、初等はり理論を用いて被着材のコンプライアンスの変化から求めた破壊荷重と破壊靭性値の近似式を用いているが、接着継手中のき裂の J 積分値は一般的に接着剤層の厚みや材料物性の影響を受けないのかどうか、(2) 接着継手中のき裂先端近傍の弾塑性応力場は、接着剤層が薄くなるとどのような影響を受けるのかを調べ、そのメカニズムの解明を試みた。

本研究では、まず有限要素法と境界要素法の結合解法⁽⁷⁾によって、形状の異なる二種類の接着継手中のき裂の J 積分を計算し、接着剤層厚みが J 積分に与える影響を調べた。

* 原稿受付 1996年1月12日。

*¹ 正員、九州大学工学部(812 福岡市東区箱崎6-10-1)。

*² 学生員、九州大学大学院。

次に、弾塑性大変形解析によってき裂先端近傍応力場が接着剤層厚みにより受ける変化を解析し、接着剤層厚みが薄くなると破壊靭性値が減少するメカニズムの解明を試みた。

2. 接着継手中のき裂のJ積分解析

2・1 解析方法 均質体中のき裂の場合、き裂先端の塑性域が小さいときには、線形弾性解析で得られるエネルギー解放率 G と弾塑性解析で得られるJ積分とがほぼ一致する。接着構造物の接着剤層中に存在するき裂の場合も、接着剤層は通常薄くその体積は小さいことから、接着剤層の塑性は無視でき、さらには、接着剤層そのものを無視して被着材部分のみを考慮すればよいとも考えられる。しかし、接着剤層の厚みが薄くなても接着剤の縦弾性係数が被着材のそれに比べて小さいので、同一荷重条件下では接着剤層部分のひずみが大きくなり、そのエネルギーが無視できない可能性も考えられる。そこで、接着剤層のJ積分やエネルギー解放率 G に対する影響を調べるために、一様引張り荷重下の片側き裂帯板(ECP; Edge Cracked Plate)接着継手とTDCB接着継手という形状の異なる二種類の接着継手を用いて、種々の接着剤層厚みにおけるき裂の弾塑性解析によるJ積分、線形弾性解析によるエネルギー解放率 G および接着剤層を全く無視した場合の近似式による値を比較した。

接着継手中のき裂のJ積分解析には、弾性境界要素法(BEM)と弾塑性有限要素法(FEM)の結合解法⁽¹⁾を用いた。

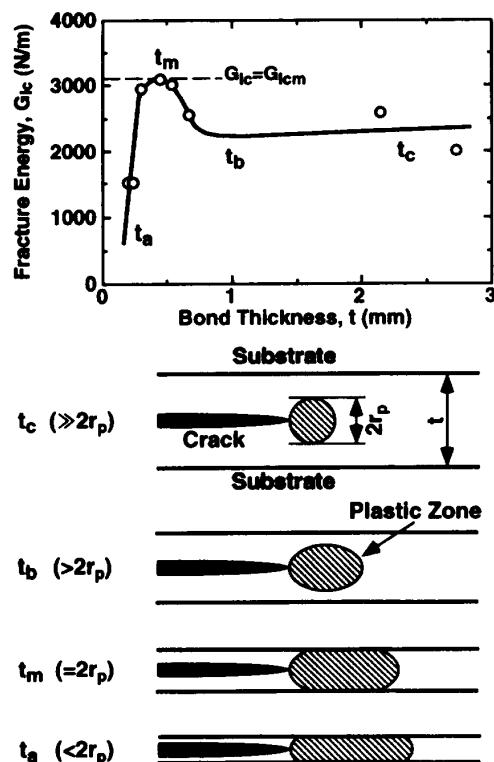


Fig.1 Concept of the effect of bond thickness on the fracture toughness of a crack in the adhesive layer⁽³⁾.

Table 1 Material constants of adhesive joint.

	E	v	σ_0	α	n
Mild Steel	210.0 GPa	0.3	-	-	-
Epoxy Resin	2.7 GPa	0.4	68 MPa	0.2	4

この結合解法では、解析対象を境界要素領域と有限要素領域に分割して、それぞれの平衡方程式を共役傾斜法によって結合している。接着継手の場合、図2に示すように、被着材部分を線形弾性材料として境界要素で離散化し、接着剤層部分を弾塑性材料として有限要素で離散化することができ、これにより体系の要素分割が簡単になり、計算機の記憶容量も節約できる。J積分は、この結合解法に経路積分法⁽⁴⁾を適用することによって求めた。この経路積分法では、図2のように境界要素領域と有限要素領域をまたいで積分経路をとることができるようにになっており、境界要素領域内の経路積分は適応的自動積分法によって自動的に積分精度が確保されるように工夫している。これにより、き裂先端から十分遠方に積分経路をとることによって高い精度のJ積分を求めることができる。また、エネルギー解放率 G は、上記プログラムにおいて接着剤と被着材の両方が線形弾性体であるものとして求めた。接着剤層を無視し被着材のみを考慮した場合については、ECP, TDCB両試験片とも、後に示すような近似式が求められているのでこれらの式を用いた。

2・1・1 ECP接着継手のJ積分解析 図3に、一様引張り荷重下の片側き裂帯板(ECP)接着継手を示す。被着材と接着剤の材料は、それぞれ軟鋼とエポキシ樹脂を仮定した。被着材部分は線形弾性材料として境界要素で離散化し、接着剤層部分は応力-ひずみ関係が式(1)のRamberg-Osgood式で与えられる弾塑性材料として有限要素で離散化した。また、継手の対称性を考慮して、解析対象の上半分を総節点数が約7000で、約180の境界要素(2次要素)と約2000の有限要素(8節点アイソパラメトリック平面ひずみ要素)で要素分割した。

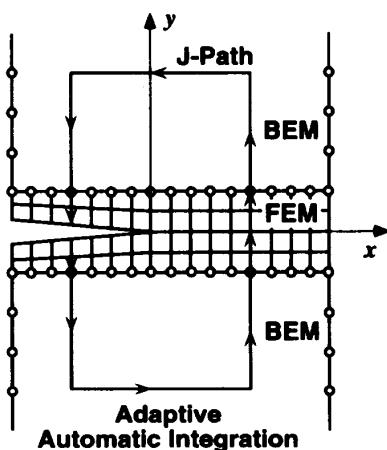


Fig.2 Contour integral method (CIM) with the combination of FEM and BEM.

$$\begin{cases} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} & (\sigma \leq \sigma_0) \\ \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n & (\sigma > \sigma_0) \end{cases} \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\varepsilon_0 = \sigma_0/E$$

ここで、 σ と ε はそれぞれ応力とひずみ、 E は縦弾性係数、 ν はポアソン比、 σ_0 は降伏応力、 α と n は材料定数である。エポキシ樹脂の Ramberg-Osgood パラメータ α と n を除く材料定数は、Kinloch らが実験に使用したものと等しい。それぞれの材料の材料定数を表 1 に示す。

エネルギー解放率 G は、双方の材料を線形弾性材料として計算した。また、接着剤層を無視した場合については、一様引張りを受ける片側き裂付帯板について求められている次の近似式⁽⁹⁾より、エネルギー解放率 G_{app} を求めた。

$$K_I = \sigma / \sqrt{\pi a} \cdot F(\xi)$$

$$\xi = a/W$$

$$F(\xi) = 1.12 - 0.231\xi + 10.55\xi^2 - 21.72\xi^3 + 30.39\xi^4 \quad (\xi \leq 0.6, \pm 0.5\%)$$

..... (2)

ただし、

$$G_{app} = \frac{K_I^2}{E_s} \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$E'_s = \begin{cases} E_s & \text{(平面応力)} \\ E_s/(1-\nu_s^2) & \text{(平面ひずみ)} \end{cases}$$

ここで、 a はき裂長さ、 W は試験片幅、 F は補正係数、 E_s は被着材の縦弾性係数、 ν_s は被着材のポアソン比である。

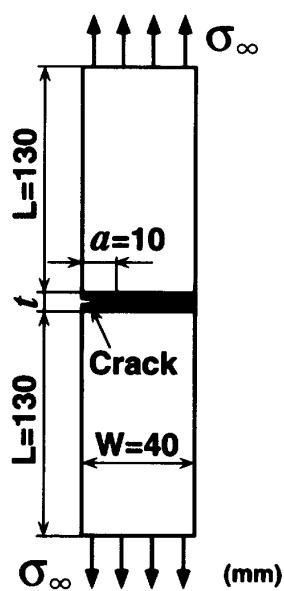


Fig.3 ECP(edge cracked plate) adhesive joint under uniform tension.

2・1・2 TDCB接着継手のJ積分解析

図 4 に、

TDCB 接着継手を示す。接着継手の材料定数および解析方法は ECP 接着継手と同様であり、構造も Kinloch らが実験に使用したものと同じである。継手の対称性を考慮して、解析対象の上半分を総節点数が約 8000 で、約 250 の境界要素（2 次要素）と約 2500 の有限要素（8 節点アイソパラメトリック平面ひずみ要素）で要素分割した。また、エネルギー解放率 G も ECP 接着継手と同様に、双方の材料を線形弾性材料として計算した。一方、Kinloch らは、接着剤層を無視して初等はり理論より求められた次の近似式によってエネルギー解放率 G_{app} を求めている。

$$G_{app} = \frac{4P^2 m}{E_s B^2} \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$m = \frac{3a^2}{h^3} + \frac{1}{h} = 2 \quad (\text{mm}^{-1})$$

ここで、 P は荷重、 B は試験片板厚、 h は被着材のき裂長さ a 位置での高さ、 m ははりの傾斜を決める定数である。また、計算においては、き裂長さ $a=100$ mm を用いた。

2・2 J 積分の解析結果 J 積分およびエネルギー解放率 G の解析は、平面ひずみ条件下で接着剤層厚みを変えて行った。接着剤層厚みは実用性を考慮し、3 mm 以下の数種の厚みについて解析を行った。

初めに、ECP 接着継手について、接着剤層厚み t と弾塑性解析より得られた J 積分、線形弾性解析より得られたエネルギー解放率 G および式(3)から求めた近似値 G_{app} との関係を図 5 に示す。J 積分とエネルギー解放率 G は接着剤層厚みに依存しており、式(2),(3)で示される接着剤層を無視した近似式では近似することができない。しかし、接着剤層の厚みが増加しても J 積分とエネルギー解放率 G との間の差はわずかであり、接着剤層の塑性の影響はほぼ無視できることがわかる。ただし、接着剤の降伏応力がさらに低い場合には、両者に差がでるとも考えられる。

次に、TDCB 接着継手について、接着剤層厚みと J 積分、エネルギー解放率 G および式(4)から求めた近似値 G_{app} と

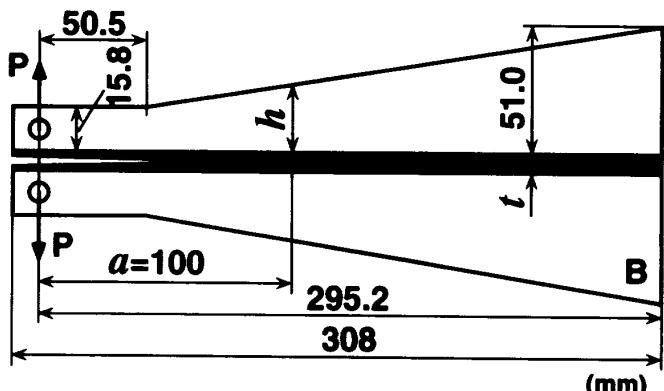


Fig.4 TDCB(tapered double cantilever beam) adhesive joint.

の関係を図6に示す。J積分とエネルギー解放率Gがほぼ等しく一定値を示しており、また、近似値 G_{app} ともほぼ一致している。よって、TDCB接着継手においては、接着剤層の塑性に加えて厚みの影響も無視でき、J積分は式(4)で近似できることがわかる。J積分が近似値 G_{app} と一致するのは、TDCB接着継手が被着材のはりの曲げによってコンプライアンスが支配される構造をしているので、被着材に綫弹性係数が小さく薄い接着剤層を付加しても、はりの曲げ剛性がほとんど変化しないためであると考えられる。

以上のように、J積分やエネルギー解放率Gの接着剤層厚みとの関係は、試験片の形状により異なる。ECP接着継手の場合、負荷を受けたときに継手に蓄えられるひずみエネルギーの一部が接着剤層に蓄えられるため、き裂が進展する際に接着剤層から解放されるエネルギーは無視できないが、TDCB接着継手の場合は、ひずみエネルギーのほとんどが被着材に蓄えられ、接着剤層の影響は無視できると考えられる。図7は、ECP接着継手とTDCB接着継手について、接着剤層に蓄えられるひずみエネルギーの継手全体のひずみエネルギーに対する割合が、接着剤層厚みによってどのように変化するかを示したものである。図より、ECP接着継手の場合、接着剤層に蓄えられるひずみエネル

ギーの割合が大きく接着剤層が厚くなると数10%にも達するのに対し、TDCB接着継手では数%にすぎないことがわかる。

これらのことより、Kinlochらの実験によって式(4)の近似式を用いて得られた破壊韌性値は、そのまま接着剤層の塑性を考慮したJ積分値基準の破壊韌性値と考えてよいことがわかる。

3. 接着継手中のき裂先端応力場の解析

3.1 解析方法 材料物性が式(1)に示したRamberg-Osgood式で特徴づけられるとき、き裂先端に十分近い塑性領域内の応力場は次式のようなHRR場によって近似できる^{(4)~(6)}。

$$\frac{1}{\sigma_0} \left(\frac{\sigma_{rr} \sigma_{r\theta}}{\sigma_{r\theta} \sigma_{\theta\theta}} \right) = \left(\frac{J}{\alpha \varepsilon_0 \sigma_0 I_n r} \right)^{1/(n+1)} \left(\frac{\sigma_{rr} \sigma_{r\theta}}{\sigma_{r\theta} \sigma_{\theta\theta}} \right) \quad \dots \quad (5)$$

ここで、 r, θ はき裂先端を中心とした極座標を示し、 I_n はnの関数、 $\sigma_{rr}, \sigma_{r\theta}, \sigma_{\theta\theta}$ はnとθの関数である。

しかし、式(5)は一般に金属材料については成立するが、本解析に使用しているエポキシ接着剤のような高分子材料に適用できるかは不明である。そこで初めに、表1および式(1)のエポキシ樹脂接着剤で作成された図8に示すバルクCT(Compact Tension)試験片のき裂先端近傍の弾塑性大変形応力場を解析した。次に、ECP接着継手とTDCB接着継手のき裂先端近傍の応力場を求めてバルク接着剤中のき裂の場合と比較し、薄い接着剤層厚みで破壊韌性値が減少するメカニズムをき裂先端近傍の弾塑性応力場の観点から考察した。

き裂先端近傍の弾塑性大変形応力場の解析には、汎用有限要素法プログラムMARCを用いた。各解析対象の対称性を考慮して上半分のみを4節点平面ひずみ有限要素で離散化し、アップデート・ラグランジェ法により解析を行った。き裂先端は大変形を考慮した扇形の有限要素を配置し、き

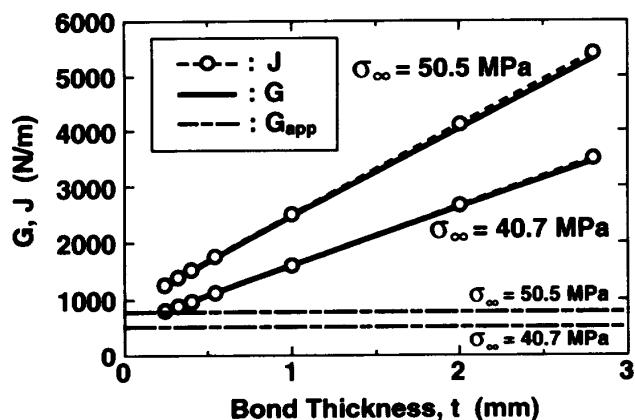


Fig.5 J-integral and energy release rate G of ECP adhesive joint as a function of bond thickness.

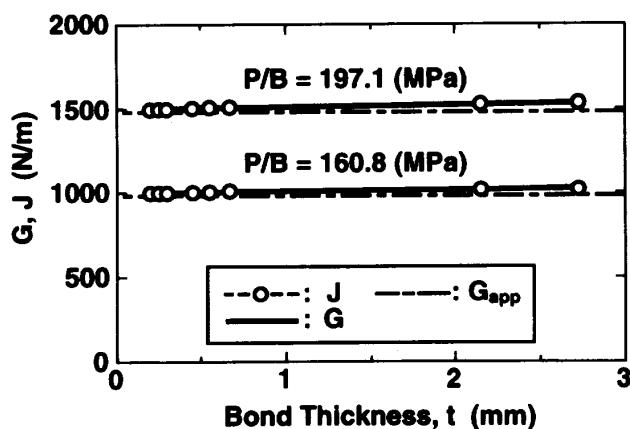


Fig.6 J-integral and energy release rate G of TDCB adhesive joint as a function of bond thickness.

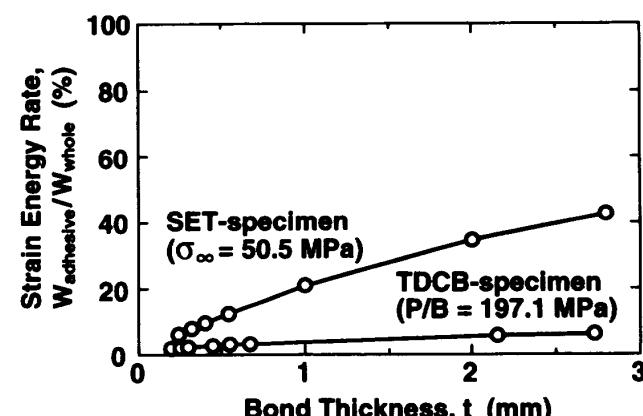


Fig.7 Strain energy rate of ECP and TDCB adhesive joints as a function of bond thickness.

裂幅は2μmにとった。節点数は、CT, ECP, TDCBの順に約1900, 3000, 3500, 要素数は、それぞれ約1800, 3000, 3000である。また、以下に示した大変形解析の応力は、すべてCauchy応力を示している。

3・2 バルク接着剤のき裂先端応力場 図9に、 $J=1500\text{ N/m}$ におけるHRR場と線形弾性応力場(K場)、およびバルクCT試験片のき裂先端近傍弾塑性大変形応力場の図8に示した座標系におけるx軸上($\theta=0$)のy方向引張り応力 σ_{yy} の変化を示す。図中の応力については降伏応力を無次元化してある。横軸は、き裂先端からのx軸方向距離である。

バルクCT試験片のき裂の応力場はHRR場のかなり下方に位置しており、むしろK場に近い応力場になっている。式(5)で表されるHRR応力場の近似は、微小変形の仮定のもとに、き裂先端近傍の十分発達した塑性領域内で成立するものである。しかしながら、エポキシ接着剤のような高分子材料では、弾性限度内のひずみが金属材料と比較して桁はずれに大きいため、塑性域が広く発達しているような領域では微小変形の仮定は成立しない。したがって、エポキシ接着剤のような高分子材料では、一般にHRR場は存在しないと考えられる。

よって、HRR応力場、K場とともに応力評価の基準とは成り得ないため、以下の接着継手の接着剤層中のき裂のき裂先端近傍応力場の評価基準には、バルクCT試験片中のき裂の解析結果を用いることにする。

3・3 接着継手中のき裂先端近傍応力場に対する接着剤層厚みの影響 ECP接着継手とTDCB接着継手の、 $J=1500\text{ N/m}$ におけるき裂先端近傍の弾塑性大変形応力場を図10~図13に示す。横軸は、き裂先端からのき裂進展方向(x軸方向)距離、縦軸は、y方向引張り応力 σ_{yy}/σ_0 および静水圧応力 σ_H/σ_0 ($\sigma_H=(\sigma_{xx}+\sigma_{yy}+\sigma_{zz})/3$)である。接着剤層厚みは、TDCB接着継手については本解析で最小・最大の厚み($t=0.20, 2.73\text{ mm}$)およびKinlochらの実験で破壊靭性値が最大となった厚み($t=0.45\text{ mm}$)を、ECP接着継手については上記のTDCB接着継手の厚みに近いもの($t=0.24, 0.40, 2.80\text{ mm}$)を示す。また、バルクCT試験片の応力場は点線

で示している。

双方の接着継手について、それぞれのx軸上の応力場はほぼ等しく、モードIの負荷であれば継手形状に関係なく、J積分値と接着剤層厚みによって決定されると推察される。き裂先端近傍の応力場は、接着剤層厚みが約2.8mm位に厚くなれば、どの応力場もバルクCT試験片の応力場とほぼ等しくなっている。つまり、これ以上の接着剤層厚みでは、被着材の拘束がき裂先端近傍応力場に影響を及ぼさないことがわかる。また、き裂先端からの距離が10μm以下の応力場についても、接着剤層厚みによる影響はみられない。しかし、き裂先端からの距離が約10μm以上になると、接着剤層厚みが薄くなるにしたがって応力場が高くなっている。図14および図15は、x軸上のき裂先端から20μmの位置での、ECP, TDCB接着継手の σ_{yy} と σ_H の接着剤層厚みによる変化を、バルク接着剤中のき裂の場合の応力を基準にとって示したものである。これらの図より、x軸上のき裂先端から20μmの位置では、 σ_{yy}, σ_H ともに接着剤層の厚みが約0.5mmより薄くなると急に上昇していることがわかる。このことより、接着剤層厚みが薄くなるにしたがい、き裂先端から少し離れた領域で上昇する応力によって材料の損傷が進行すると仮定すると、その結果破壊靭性値が低下することが推察される。同様の現象が、Variasらによるセラミックス-金属系に対する解析⁽¹⁰⁾や、森谷らによるWC-Co超硬合金系に対する解析⁽¹¹⁾について報告されており、ポイドの成長やキャビテーションなどの損傷の進行が予測されている。また、き裂先端近傍応力場の接着剤層厚みによる変化からは、破壊靭性値がある接着剤層厚みで最大となる現象は予測できない。

3・4 破壊靭性値と塑性域面積の相関関係 Kinlochらが、図1に示すような接着剤層厚みの変化に伴うき裂先端近傍の塑性域体積の変化によって破壊靭性値の変化を説明したことを最初に述べたが、彼らは実際に解析を行って塑性域の変化を検証したわけではない。そこで、最後に弾塑性解析より求めた塑性域体積の接着剤層厚みによる変化を示す。

図16に、 $J=1500\text{ N/m}$ におけるTDCB接着継手の代表的

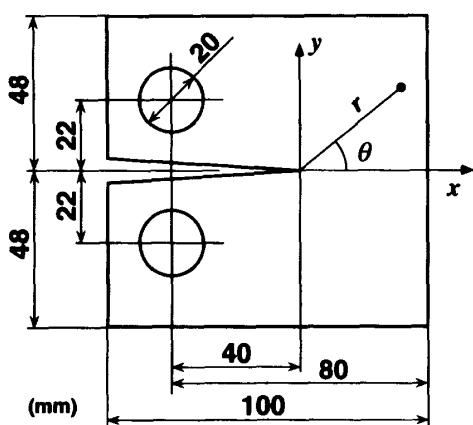


Fig.8 CT(compact tension) specimen.

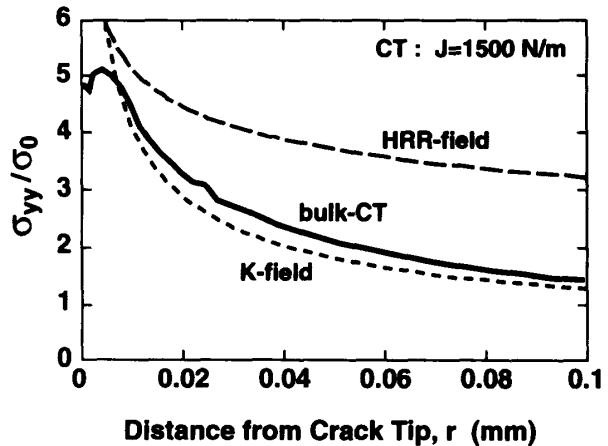


Fig.9 Comparison among near tip hoop stress of CT specimen, HRR-field and K-field at $\theta=0$.

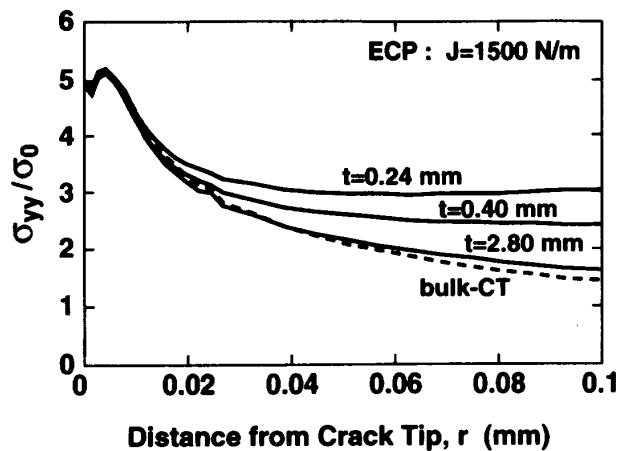


Fig.10 Distribution of near tip hoop stress on x -axis of ECP adhesive joint with several bond thicknesses at $J=1500 \text{ N/m}$.

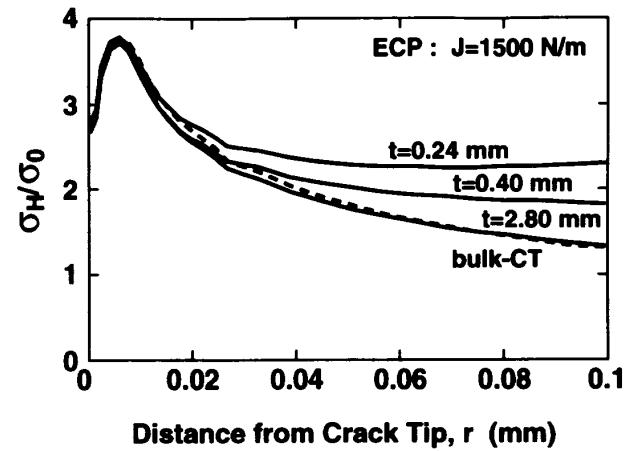


Fig.11 Distribution of near tip hydrostatic pressure on x -axis of ECP adhesive joint with several bond thicknesses at $J=1500 \text{ N/m}$.

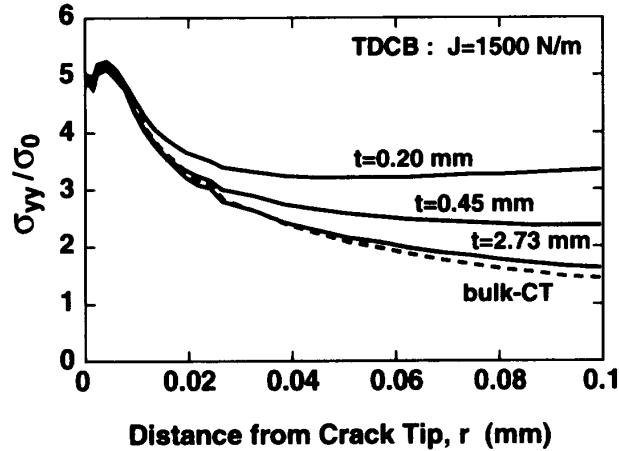


Fig.12 Distribution of near tip hoop stress on x -axis of TDCB adhesive joint with several bond thicknesses at $J=1500 \text{ N/m}$.

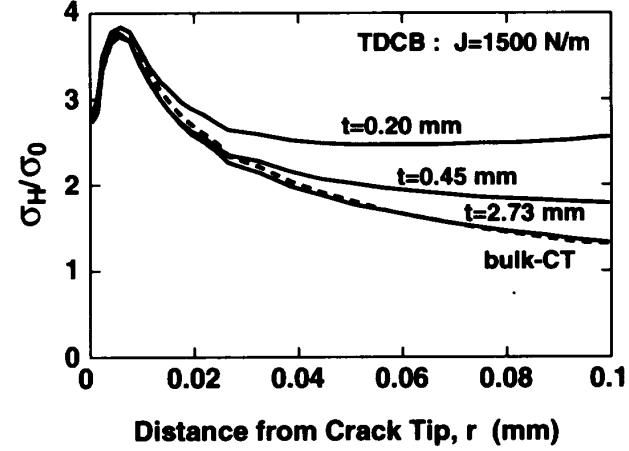


Fig.13 Distribution of near tip hydrostatic pressure on x -axis of TDCB adhesive joint with several bond thicknesses at $J=1500 \text{ N/m}$.

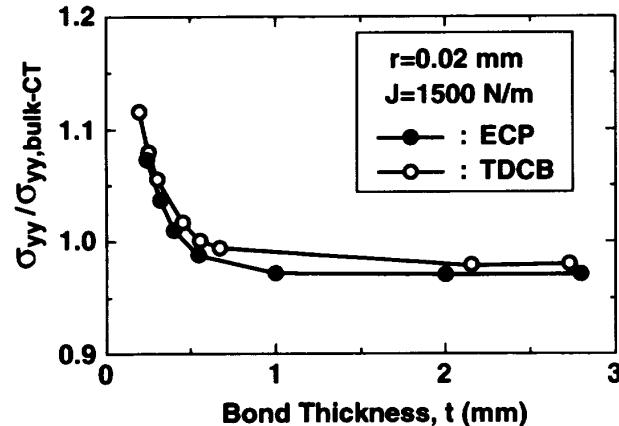


Fig.14 Variation of near tip hoop stress of adhesive joints at $\theta=0$, $r=20 \mu\text{m}$ as a function of bond thickness.

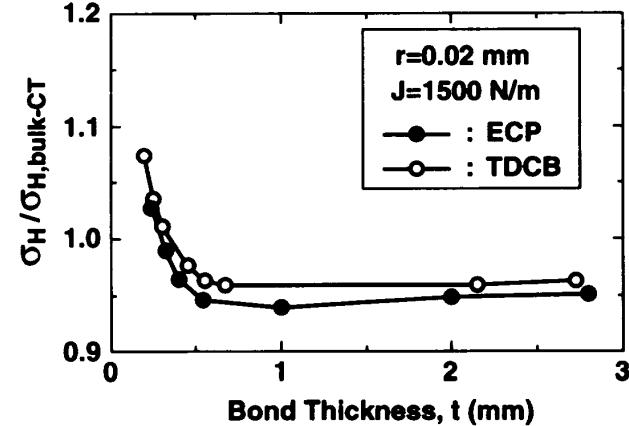


Fig.15 Variation of near tip hydrostatic pressure of adhesive joints at $\theta=0$, $r=20 \mu\text{m}$ as a function of bond thickness.

な接着剤層厚みにおける塑性域の分布を示す。図より、接着剤層厚みが厚いときにき裂先端の45度方向に発達していく塑性域が、厚みが薄くなるにしたがい低角度方向に発達しその面積も広くなっていくことがわかる。

図17に、き裂先端塑性域面積(●)と、Kinlochらが実験により求めた破壊靱性値 G_{Ic} (○)との関係を示す。明らかに、塑性域面積と破壊靱性値の間には直接的な相関関係がないことがわかる。これより、薄い接着剤層厚みで破壊靱性値が変化する原因をき裂先端の塑性域面積に求めることには無理があると考えられる。

4. 結 言

片側き裂帯板(ECP)接着継手およびTDCB接着継手のJ積分とき裂先端近傍の応力場の解析を行い、接着剤層厚みが破壊靱性値に及ぼす影響の評価を行った。本解析で得られた結論を以下に示す。

- (1) 一様引張り荷重下のECP接着継手のJ積分は接着剤層の厚みに依存するため、接着剤層を無視した近似式では近似できない。
- (2) TDCB接着継手のJ積分は、接着剤層の厚みに依存せず、接着剤層を無視した場合の値にはほぼ等しくなる。したがって、初等はり理論から導かれたエネルギー解放率Gの近似式を用いて、延性接着剤層中のき裂のJ積分値を評価することができる。
- (3) エポキシ接着剤のような高分子材料中のき裂先端近傍の塑性領域では大変形が生じているため、微小塑性変形理論から導かれるHRR場は存在しないと考えられる。
- (4) 接着剤層厚みが薄くなるとき裂先端の塑性域面積は増加するが、塑性域面積と破壊靱性値の間に明確な対応関係は見られない。
- (5) 接着剤層厚みが約0.5 mm以下の厚さでは、接着剤層が薄くなるにつれて、き裂先端から約10 μm以上離れた部分での引張り静水圧応力が大きくなつた。高靱性エポキシ樹脂中のき裂の場合に、き裂先端より10 μm~数10 μmの範囲での損傷の蓄積が破壊靱性値の大きさに影響を及ぼすと仮定すれば、接着剤層の厚みが約0.5 mmより薄くなった場合において、この領域の損傷が促進されるため破壊靱性が低下すると考えられる。

文 献

- (1) Bascom,W.D., Cottington,R.L., Jones,R.L. and Peyser,P., The fracture of epoxy- and elastomer-modified epoxy polymers in bulk and as adhesives, *J.Appl.Polym.Sci.*, **19** (1975), 2545-2562.
- (2) Bascom,W.D. and Cottington,R.L., Effect of temperature on adhesive fracture behavior of an elastomer-epoxy resin, *J.Adhesion*, **7** (1976), 333-346.
- (3) Kinloch,A.J. and Shaw,S.J., The fracture resistance of a toughened epoxy adhesive, *J.Adhesion*, **12** (1981), 59-77.
- (4) Hutchinson,J.W., Singular behavior at the end of a tensile crack in a hardening material, *J.Mech.Phys.Solids*, **16** (1968), 13-31.
- (5) Rice,J.R. and Rosengren,G.F., Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material, *J.Mech.Phys.Solids*, **16** (1968), 1-12.
- (6) Rice,J.R., A path integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks, *J.Appl.Mech.*, **35** (1968), 379-386.

(7) Ikeda,T., Miyazaki,N. and Munakata,T., Elastic-plastic analysis of crack in adhesive joint by combination of boundary element and finite element methods, *Proc. of WCCM III*, International association for computational mechanics, Vol.I (1994), 841-842.

(8) 宮崎・池田・祖田・宗像、境界要素法を用いた界面き裂の応力拡大係数解析 - 経路積分法の適用、機論, **45-5** (1993), 599-610。

(9) Murakami,Y., et al., Stress intensity factors handbook, Pergamon books ltd., Vol.I (1987), 9.

(10) Varias,A.G., Suo,Z. and Shih,C.F., Ductile failure of a constrained metal foil, *J.Mech.Phys.Solids*, **39-7** (1991), 963-986.

(11) 森谷・青木・岸本・Schmauder,S., WC-Co超硬合金の破壊に関する有限要素解析、機論, **59-560** (1993-4), 1011-1016。

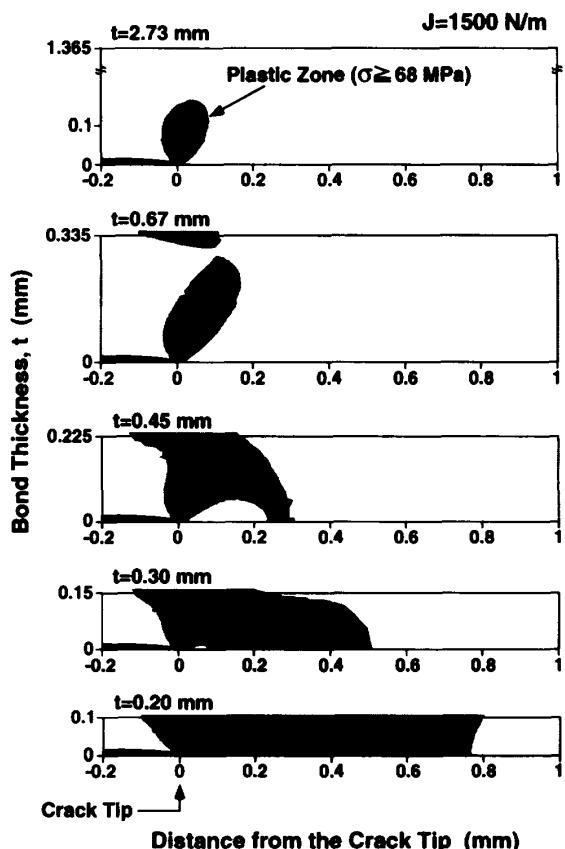


Fig.16 Distribution of the plastic zone around a crack tip for several cases of bond thickness at $J=1500 \text{ N/m}$.

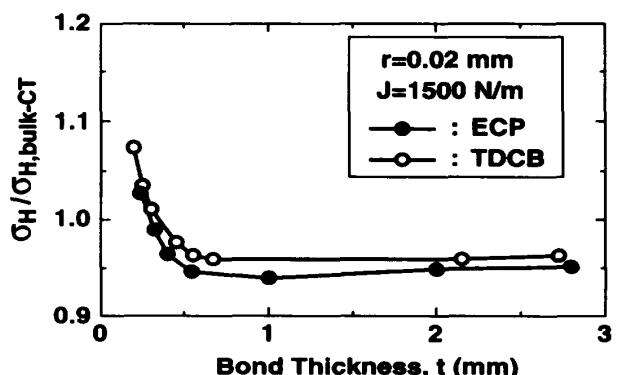


Fig.17 Comparison between the area of plastic zone and the fracture energy for TDCB adhesive joint.