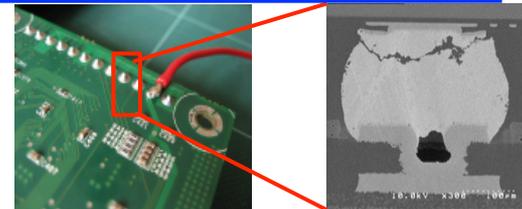


数結晶粒よりなる微細すず試験片の ひずみ測定と有限要素法を用いた変形挙動解析

鹿児島大学大学院 理工学研究科
機械工学専攻 固体力学研究室
修士2年 柳瀬 篤志

研究背景

- 現代社会において電子機器は生活に欠かすことができない。
- 電子実装に用いられるはんだバンプはSn-Ag-Cuが主流。



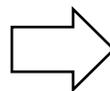
Snを主成分とするはんだ接合部のサイズは減少し、単結晶もしくは数個程度の結晶粒で構成される

Snの複雑な結晶構造により力学的**異方性**が現れると予想される

**異方性の影響が顕著となるスケールでの
評価手法の確立が不可欠**

これまで、はんだ接合部の構造信頼性では、材料を均質であると仮定して評価

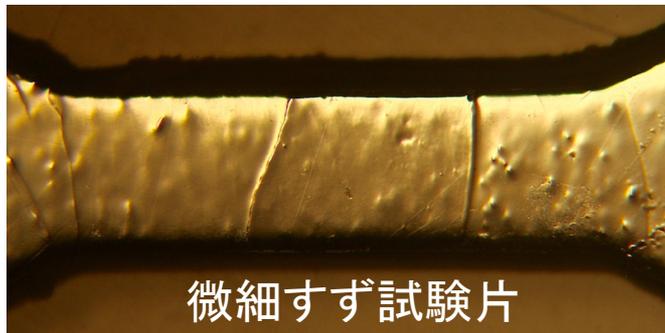
Snの**異方性**が微細接合部に与える影響を明らかにしておくことは信頼性評価において重要



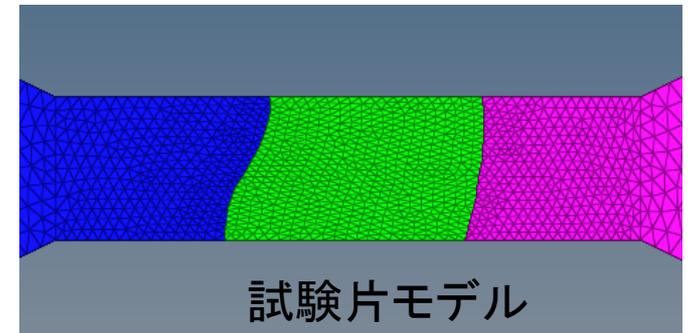
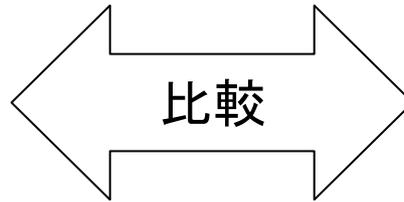
Snの個々の結晶粒の**異方性**を考慮した強度評価が必要

研究目的

鉛フリーはんだの主成分であるSnについて



デジタル画像相関
(DICM)を用いたひずみ
分布計測



有限要素解析による
ひずみ解析

- Hillの異方性弾塑性解析
- 結晶塑性解析

結晶粒の異方性が微細すず試験片の変形に及ぼす効果
について検証し、定量的・定性的に評価する手法の確立

本発表の流れ

- Snの特性
- 実験&解析方法
- 実験&解析結果
- 結論

本発表の流れ

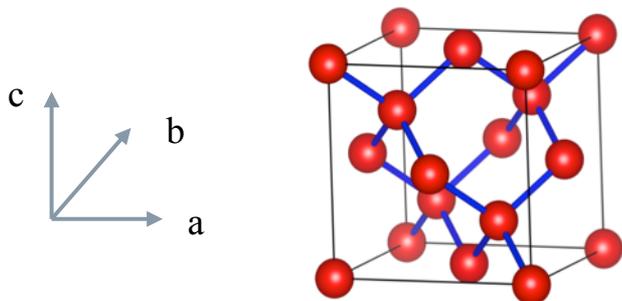
- Snの特性
- 実験&解析方法
- 実験&解析結果
- 結論

Sn特性(1)

Snは286Kで同素変態を起こすがその温度付近での変態速度は非常に遅く、実際には243K付近で変態速度が最大になるため、通常は β -Snとして存在。

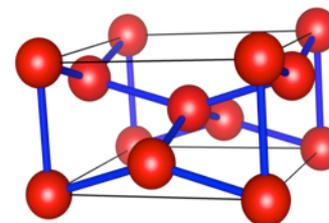
α -Sn

- 灰黒色(灰色スズ)
- 共有結合性が高いダイヤモンド構造
寸法: $a=b=c=6.489\text{nm}$
- 非常に脆く、延性・展性といった金属的性質をもたない



β -Sn

- 銀白色(白色スズ)
- 体心正方(bct)構造
寸法: $a=b=0.58194\text{nm}$,
 $c=0.31753\text{nm}$; ($c/a = 0.54564$)
- 高異方性特性
- 金属的な性質

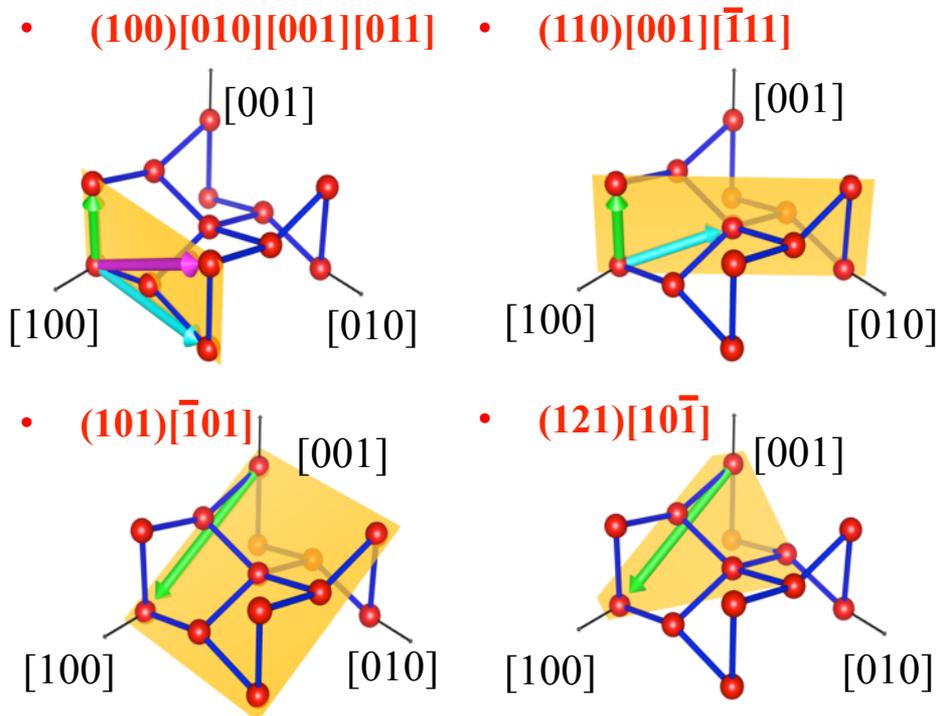
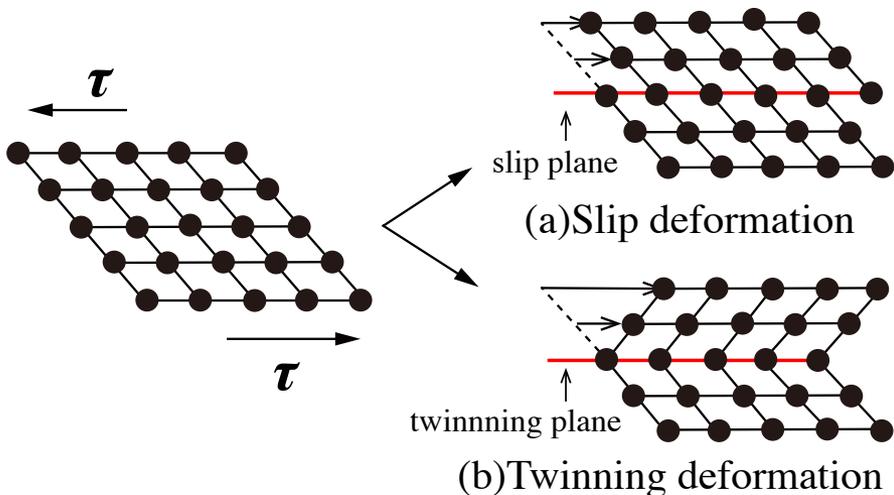


Sn特性(2)

すべり変形

代表的な7つのすべり系

- | | |
|---|---|
| 1. $\{100\}\langle 001\rangle$ (#2) | 5. $\{101\}\langle 10\bar{1}\rangle$ (#4) |
| 2. $\{110\}\langle 001\rangle$ (#2) | 6. $\{100\}\langle 010\rangle$ (#2) |
| 3. $\{110\}\langle 1\bar{1}1\rangle/2$ (#4) | 7. $\{211\}\langle 0\bar{1}1\rangle$ (#8) |
| 4. $\{100\}\langle 011\rangle$ (#4) | (#): 等価なすべり系の数 |



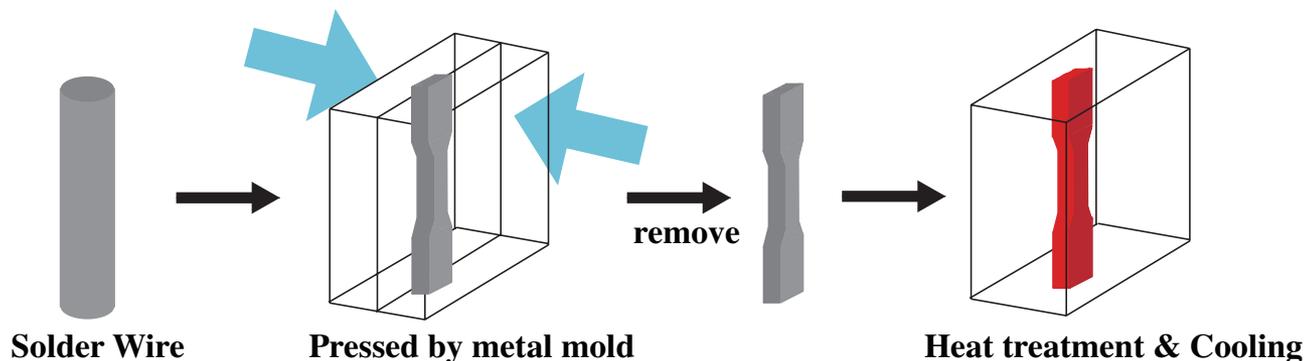
双晶変形

- 元の結晶と鏡面对象の関係を持つ結晶
- 室温以下で著しく双晶を起こす.
- 双晶面: $\{301\}$ 双晶方向: $\langle 111\rangle$

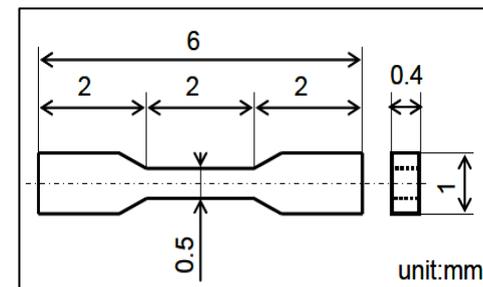
本発表の流れ

- Snの特性
- **実験&解析方法**
- 実験&解析結果
- 結論

試験片作成方法&機械研磨



直径1mmのSn線材 → 精密金型により成形 → 熱処理 (190°Cで3時間) → 冷却



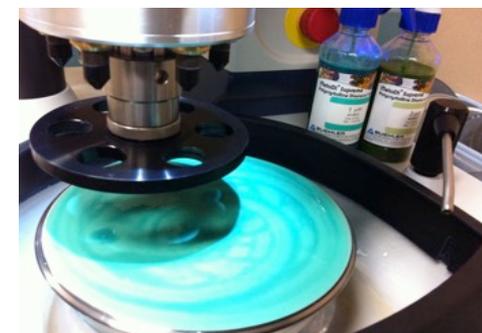
組織状態を観察するための研磨

Grinding

1. 裏面のバリを取るために研磨紙#1200, #2400で研磨
2. アセトンで剥がし, 表面を#1200, #2400, #4000の順に研磨

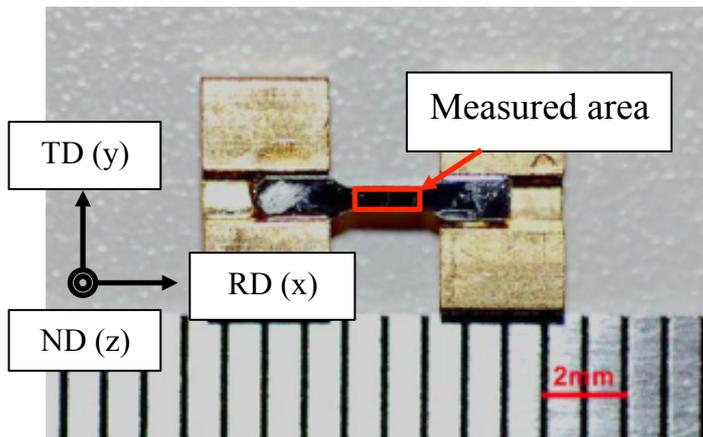
Polishing

1. ダイヤモンドペースト3 μ m, 1 μ m,コロイダルシリカの順に鏡面になるまでバフ研磨
2. エタノールを用いて10分間超音波洗浄



EBSD(Electron Backscatter Diffraction)法

EBSDとは, SEM試料室内で70° 前後と大きく傾斜した試料に電子線を照射し,その際に発生する菊池パターンをもとに指数付けを行いその照射点の結晶方位の測定を行う方法



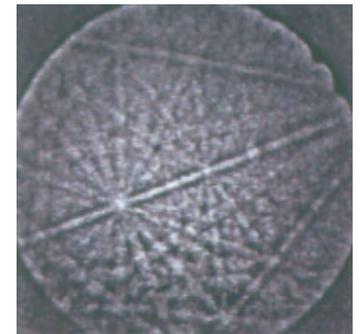
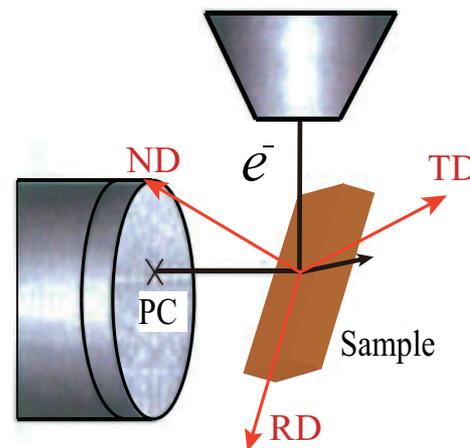
- SEM観察, EBSD解析条件
- ✓ SEM Magnification: 50x
 - ✓ 加速電圧: 15kV
 - ✓ WD: 各試験片において適切な距離
 - ✓ 測定ポイント数: 約70000



SU-70

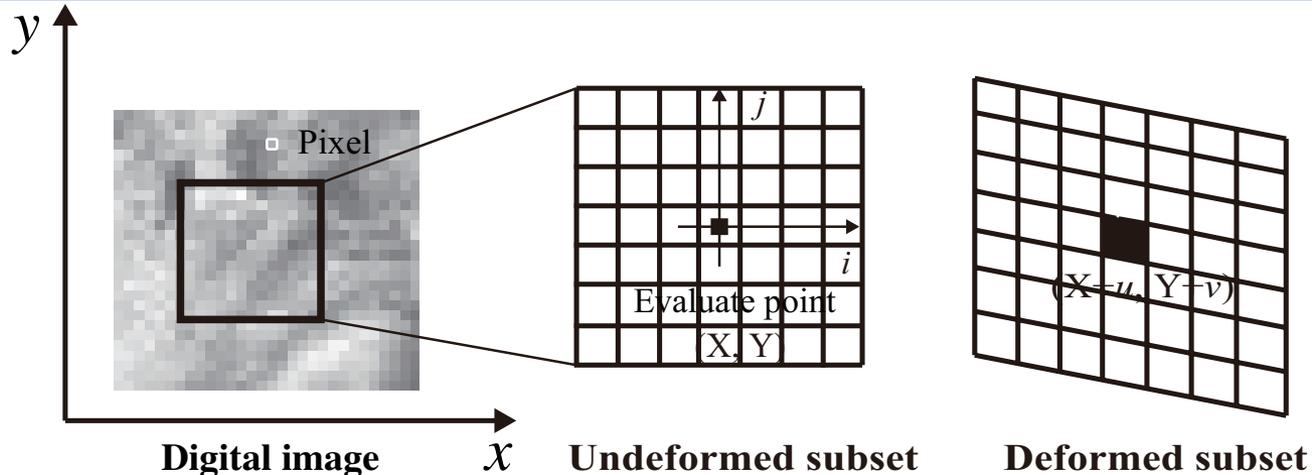


プラズマクリーナー



デジタル画像相関法(DICM)の原理

変形前後の試料表面の模様をデジタル画像として取り込み,部分領域のパターンを比較することで着眼点の変位・ひずみを測定する方法



$$C(u,v) = 1 - \frac{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M I_d(X+i, Y+j) \times I_u(x+i, y+j)}{\sqrt{\left\{ \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M I_d(X+i, Y+j)^2 \right\} \times \left\{ \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M I_u(x+i, y+j)^2 \right\}}}$$

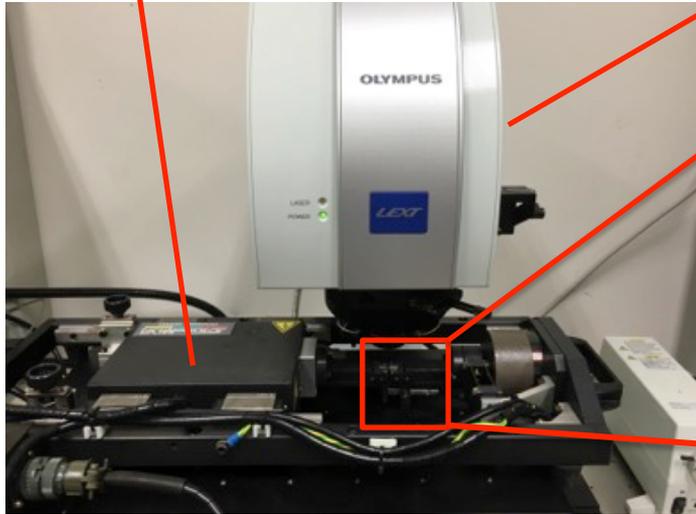
$$X = x + u + \frac{\partial u}{\partial x} i + \frac{\partial u}{\partial y} j$$

$$Y = y + v + \frac{\partial v}{\partial x} i + \frac{\partial v}{\partial y} j$$

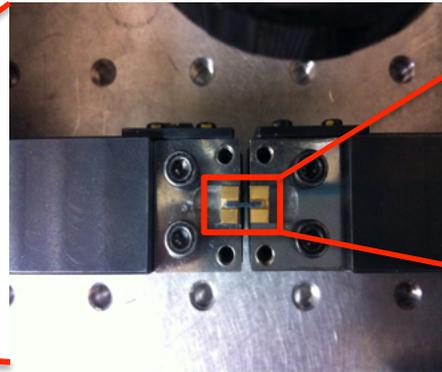
DICMより得られた離散点変位を移動最小二乗法を用いて連続な変位場を求め,微分することで任意の点のひずみを取得

引張試験について

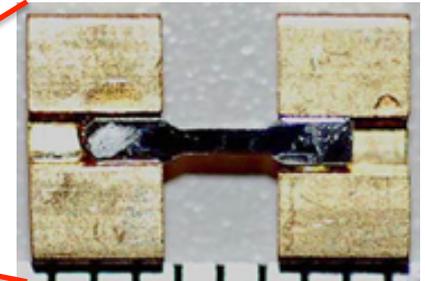
Micro loading machine



Confocal laser scanning microscope



Actuator Load cell



Micro specimen

試験条件

- ✓ タイプ: 静的試験, 制御モード: 微小変位制御
- ✓ 変位: $150\mu\text{m}$, 引張速度: $0.20\mu\text{m/s}$
- ✓ 画像撮影: 10秒もしくは15秒間隔で撮影

撮影した画像を用いてDICM計測を行い, 算出したひずみを足し合わせることで試験片表面のひずみ分布を取得.

有限要素解析(Hillの異方性弾塑性論)

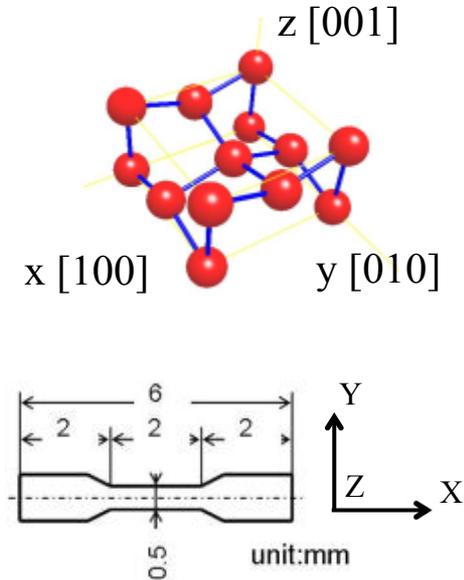
直交異方性Hillの降伏条件^[1]

$$f(\sigma, \alpha) = \sigma_{\text{Hill}}(\sigma) - \bar{\sigma}(\alpha)$$

$$\sigma_{\text{Hill}} = \sqrt{F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2N\tau_{xy}^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2}$$

$$L = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{R_{yz}^2} \right), \quad M = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{R_{zx}^2} \right), \quad N = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{R_{xy}^2} \right)$$

$$F = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{yy}^2} + \frac{1}{R_{zz}^2} - \frac{1}{R_{xx}^2} \right), \quad G = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{zz}^2} + \frac{1}{R_{xx}^2} - \frac{1}{R_{yy}^2} \right), \quad H = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{xx}^2} + \frac{1}{R_{yy}^2} - \frac{1}{R_{zz}^2} \right)$$



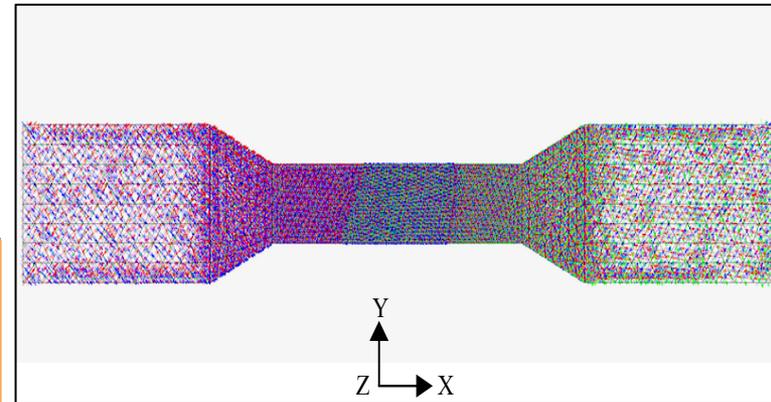
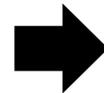
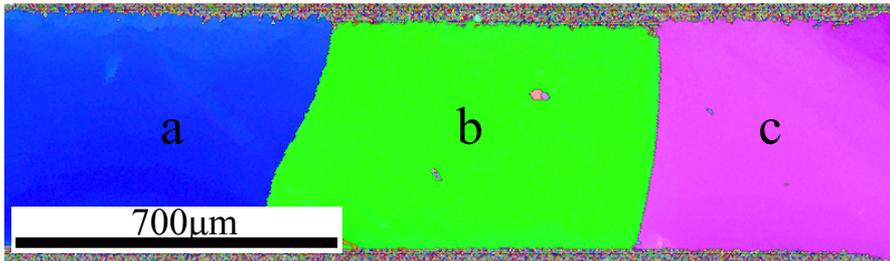
Young's Modulus (MPa)	E_x	54100	Shear Modulus (MPa)	G_{xy}	27500	Poisson's Ratio	ν_{xy}	0.320
	E_y	54100		G_{yz}	17500		ν_{yz}	0.204
	E_z	84700		G_{zx}	17500		ν_{zx}	0.204
Yield Stress (MPa)	σ_x	4.57	Direct Stress Yield Ratio	R_{xx}	0.178	Shear Stress Yield Ratio	R_{xy}	0.25
	σ_y	4.64		R_{yy}	0.181		R_{yz}	1
	σ_z	25.66		R_{zz}	1		R_{zx}	1

[1] S. Tajima, Y. Kariya, Influence of Crystallographic Orientation on Fatigue Reliability β -Sn and β -Sn Micro-Joint, Materials transactions, Vol. 53, No. 12, (2012), pp. 2067-2071.

異方性主軸の定義(Hillの異方性弾塑性解析)

Rotation matrix, $\mathbf{Q} =$

$$\begin{bmatrix} \cos\gamma\cos\alpha - \cos\beta\sin\gamma\sin\alpha & -\cos\gamma\sin\alpha - \cos\beta\cos\alpha\sin\gamma & \sin\gamma\sin\beta \\ \cos\alpha\sin\gamma + \cos\gamma\cos\beta\sin\alpha & \cos\gamma\cos\beta\cos\alpha - \sin\gamma\sin\alpha & -\cos\gamma\sin\beta \\ \sin\beta\sin\alpha & \cos\alpha\sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{bmatrix}$$



異方性を考慮した試験片モデル

	Euler angle(°)			Unit vector \mathbf{u}_1			Unit vector \mathbf{u}_2		
	α	β	γ	i	j	k	i	j	k
a	8.3	89.9	45.7	0.69	0.71	0.14	-0.10	-0.10	0.99
b	230.6	93.5	0.2	-0.64	0.05	-0.77	0.77	0.04	-0.63
c	45.7	50.2	139.4	-0.83	0.11	0.55	0.25	-0.81	0.54

- EBSD解析から取得したオイラー角をベクトル形式に変換し、有限要素解析ソフトMarc2014.2内の3D ANISOで与える。

有限要素解析(結晶塑性理論)

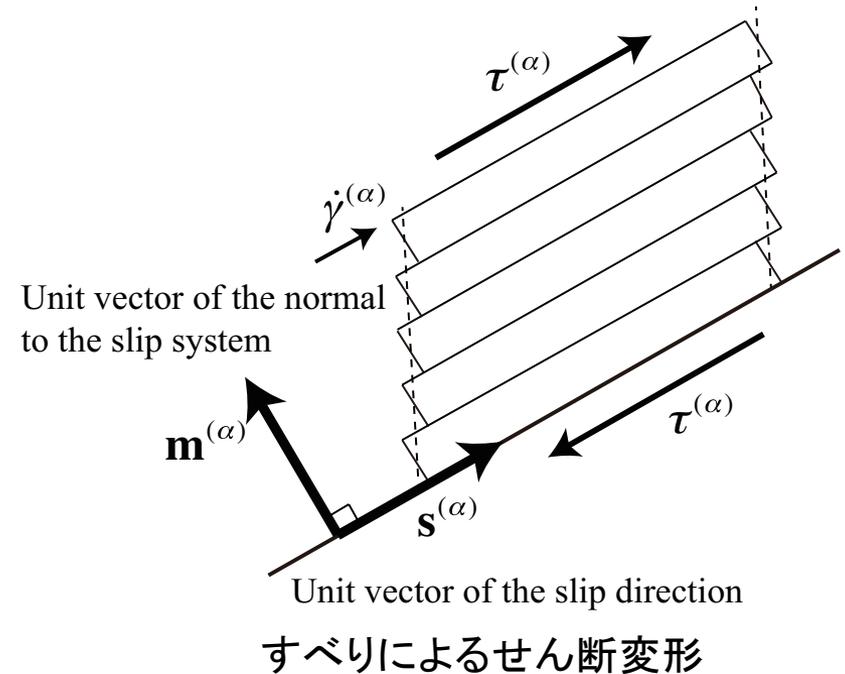
結晶塑性モデルを表す構成式^[2]

$$\textcircled{1} \quad \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}^e : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p)$$

$$\textcircled{2} \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \sum_{\alpha} \dot{\gamma}^{\alpha} \boldsymbol{\mu}^{\alpha}$$

$$\textcircled{3} \quad \boldsymbol{\mu}^{\alpha} = \frac{1}{2} (\mathbf{s}^{\alpha} \otimes \mathbf{m}^{\alpha} + \mathbf{m}^{\alpha} \otimes \mathbf{s}^{\alpha})$$

$$\textcircled{4} \quad \dot{\gamma}^{\alpha} = \dot{\gamma}_0 \frac{\tau^{\alpha}}{\tau_0} \left| \frac{\tau^{\alpha}}{\tau_0} \right|^{(n-1)}$$



$\dot{\boldsymbol{\sigma}}$: 応力速度 \mathbf{D}^e : 弾性係数 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$: ひずみ速度 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$: 非弾性ひずみ速度 $\dot{\gamma}^{\alpha}$: せん断ひずみ速度
 $\boldsymbol{\mu}^{\alpha}$: シュミットテンソル \mathbf{m}^{α} : すべり面の法線ベクトル \mathbf{s}^{α} : すべり方向ベクトル $\dot{\gamma}_0$: 基準すべり速度
 τ^{α} : 分解せん断応力 τ_0 : 臨界分解せん断応力 n : 応力指数 α : すべり系の番号

弾性特性および結晶方位の座標変換(結晶塑性解析)

- 弾性スティフネスのテンソル変換

$$c'_{pqrs}(x'_1, x'_2, x'_3) = c_{ijkl}(x_1, x_2, x_3) Q_{pi} Q_{qj} Q_{rk} Q_{sl}$$

c_{ijkl} : 弾性スティフネス C のテンソル表記

Q_{ij} : 方向余弦

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & sym. & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix}$$

- 基準座標系でのすべり系の結晶座標系への変換

$$\mathbf{m}^\alpha = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{m}_0^\alpha, \quad \mathbf{s}^\alpha = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{s}_0^\alpha$$

$\mathbf{m}_0^\alpha, \mathbf{s}_0^\alpha$: 基準座標系でのすべり面, すべり方向

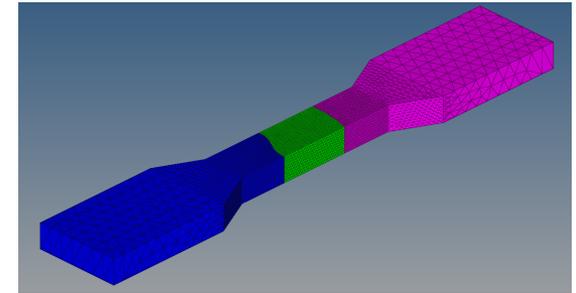
$\mathbf{m}^\alpha, \mathbf{s}^\alpha$: 結晶座標系でのすべり面, すべり方向

- EBSD解析から取得したオイラー角を用いてこれらの座標変換は Marc2014.2 のサブルーチン hypela2 内で行われる。

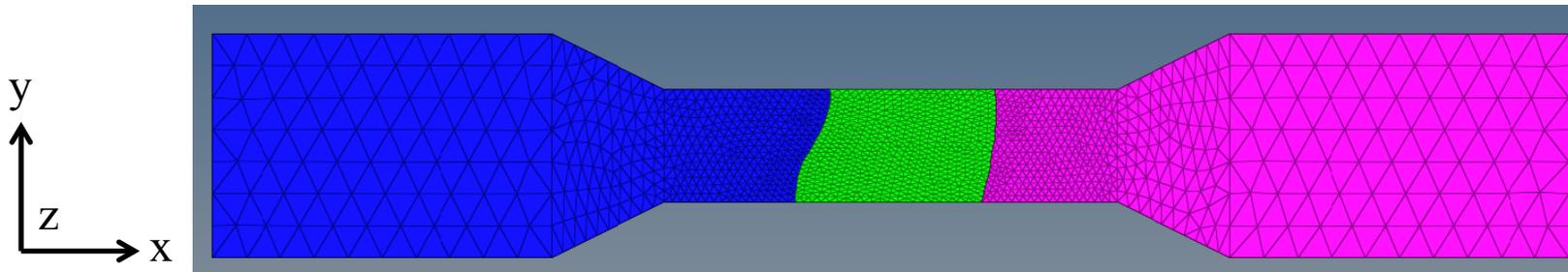
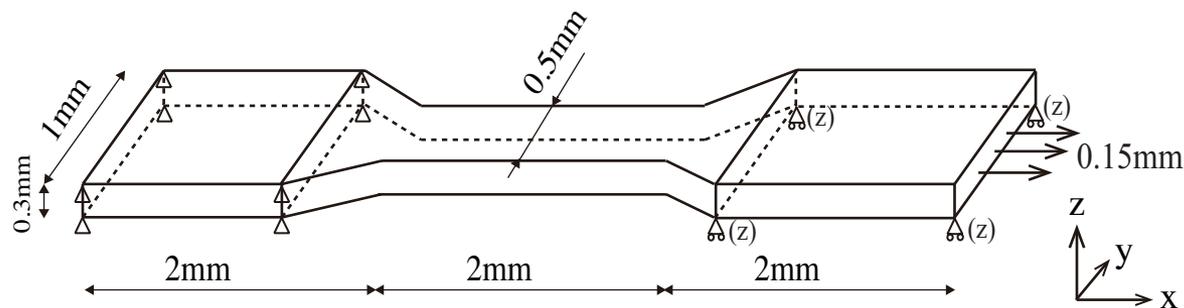
有限要素解析(解析モデル)

モデルの詳細

- モデリングソフト: Hypermesh Works
- 要素タイプ: 3次元テトラメッシュ
- 平均要素数: 約50000, 平均接点数: 約10000
- 解析ソフト: Marc Mentat2014.2
- 境界条件: (右端) x方向変位の値0.15mm, zを底面固定
(左端) x, y, z方向の変位の値を0として拘束
- 板厚方向の結晶構造は考慮しない。



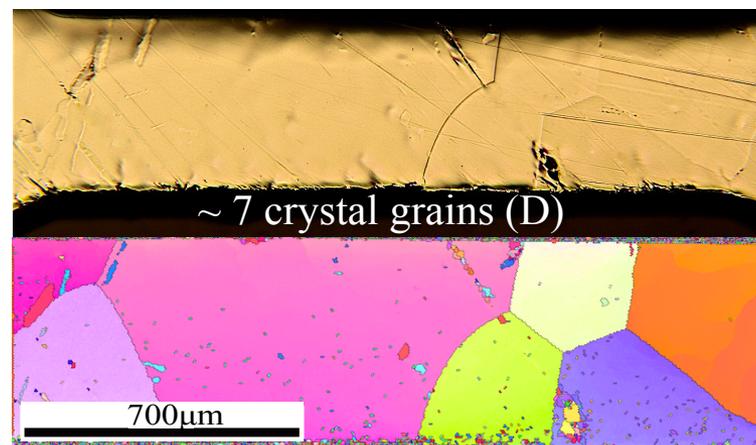
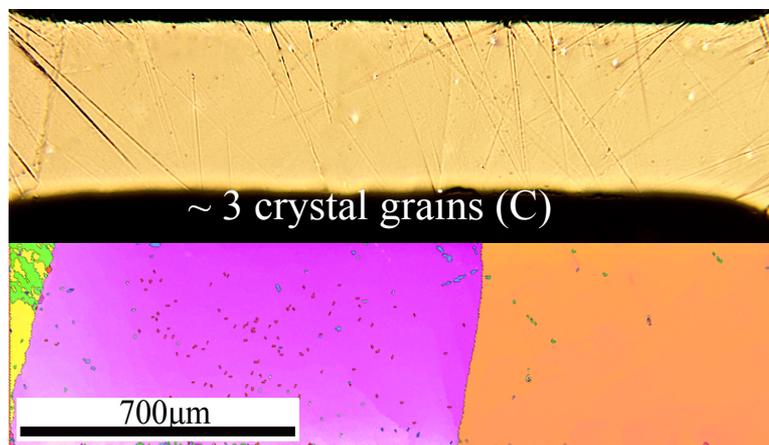
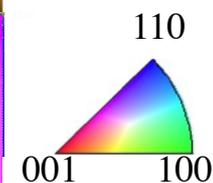
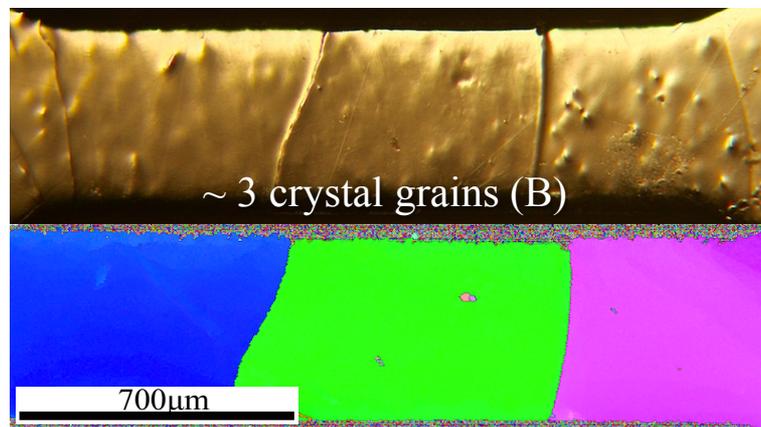
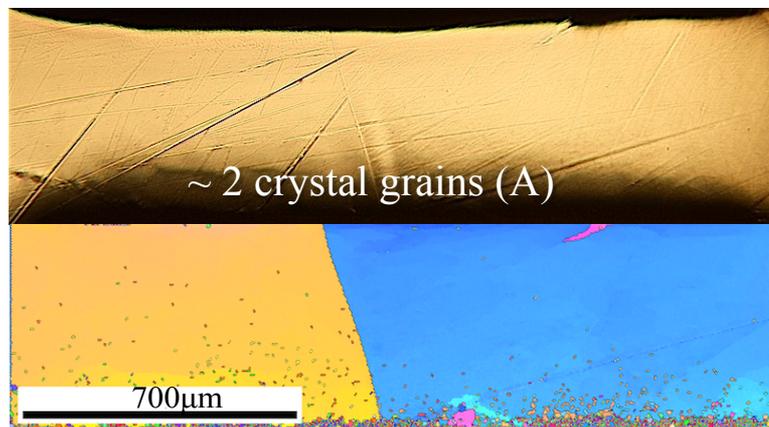
3D view of model



本発表の流れ

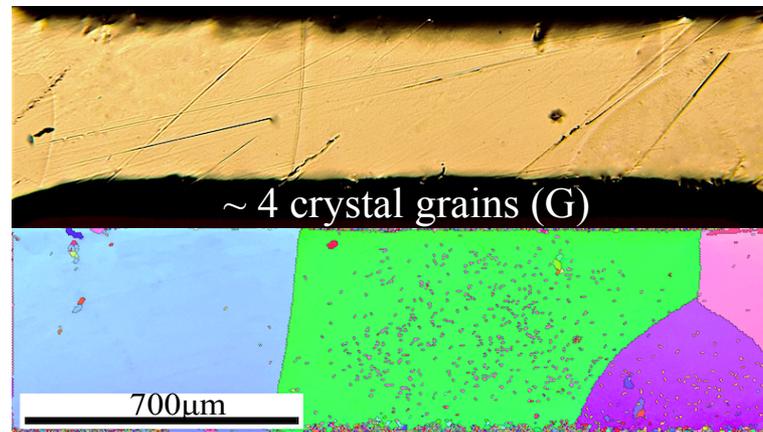
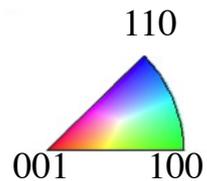
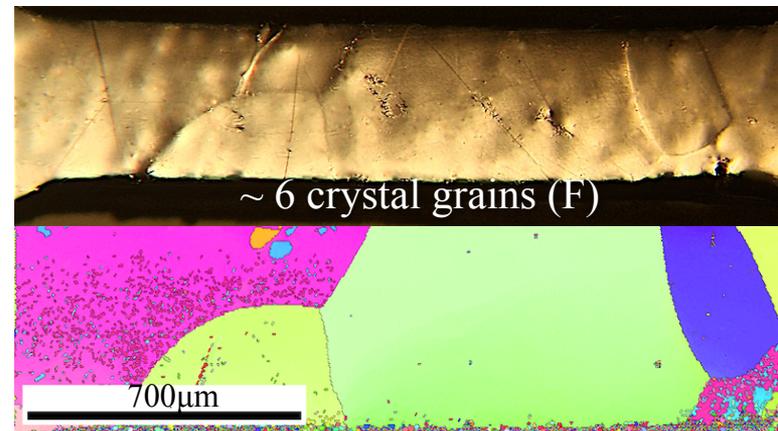
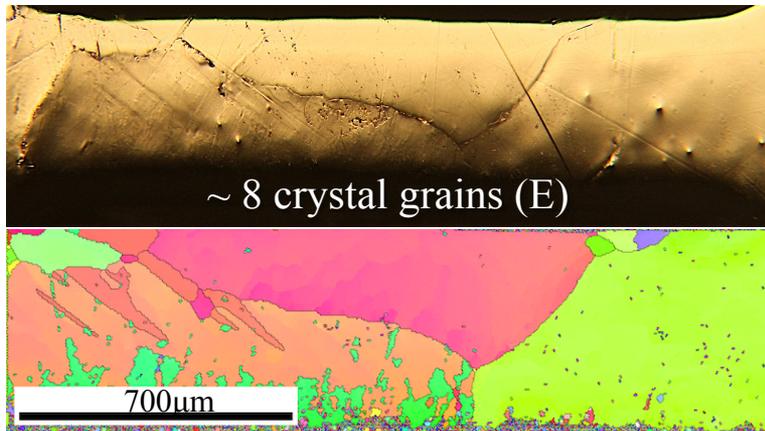
- Snの特性
- 実験&解析方法
- **実験&解析結果**
- 結論

組織観察&EBSD解析結果



- 試験片A~Dそれぞれ結晶粒の数や大きさが異なる結晶構造.
- IPFマップより各結晶粒によって面方位が異なることが確認できる.

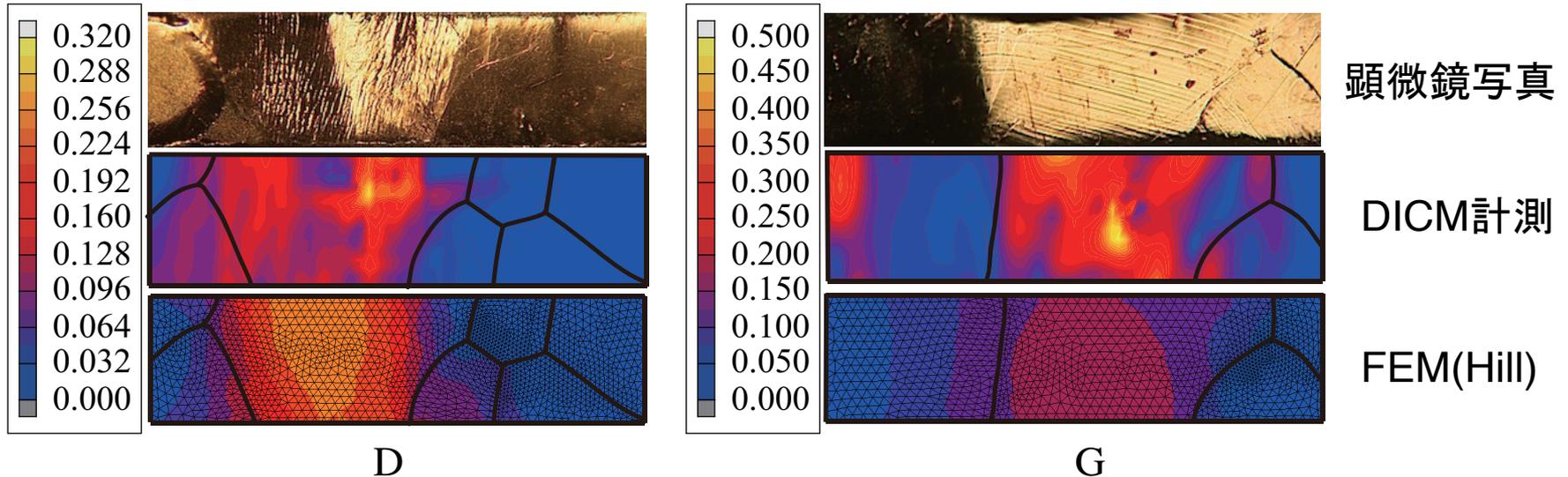
組織観察&EBSD解析結果



- 試験片E~Gもそれぞれ結晶構造が異なり, IPFマップより各結晶粒によって面方位が異なることが確認できる.

DICM計測結果とHillの異方性弾塑性解析結果(1)

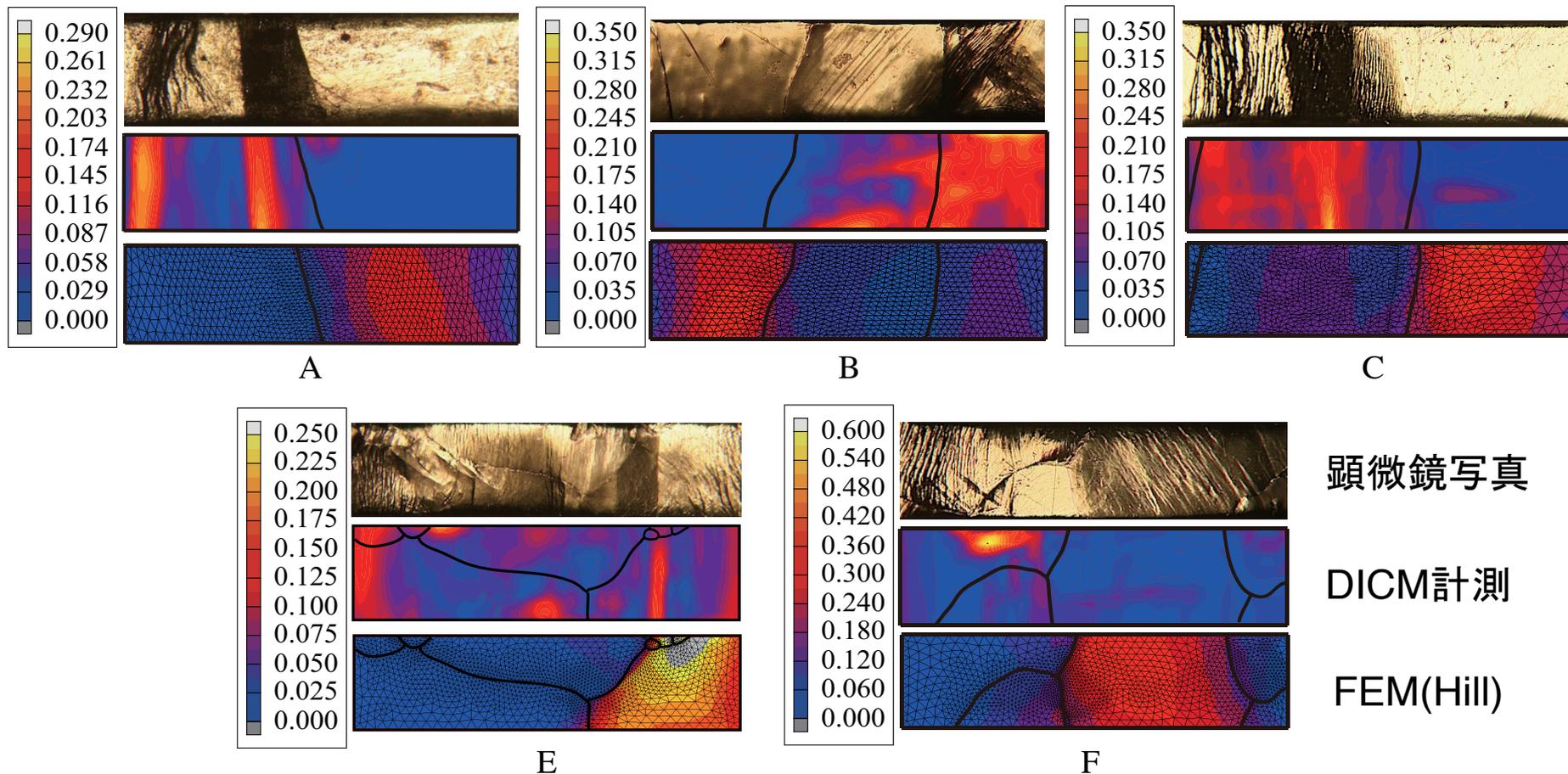
引張ひずみ7.5%時の相当ひずみ分布



- すべり変形が起こった結晶粒と起こっていない結晶粒が存在し、すべり線が観察された結晶粒にひずみが集中している。
- 試験片D, GはDICMの結果とFEM結果が定性的に一致している。
- FEM(Hill)解析で結晶粒内の変形が予測できている。

DICM計測結果とHillの異方性弾塑性解析結果(2)

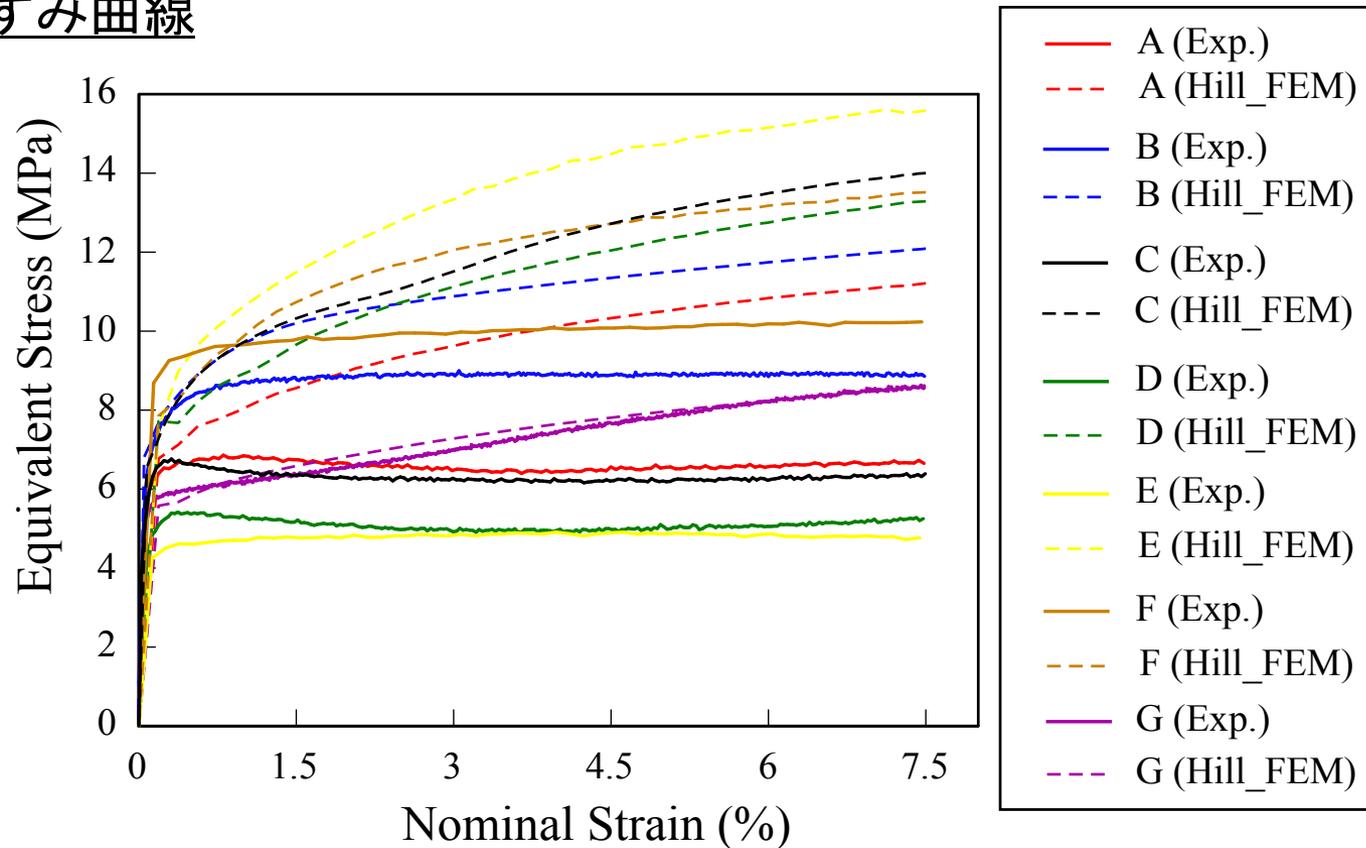
引張ひずみ7.5%時の相当ひずみ分布



- 試験片A, B, C, E, FではDICMの結果とFEM(Hill)結果が一致していない。
- S_n は直交異方性ではないため一致するものとしがないものが存在。

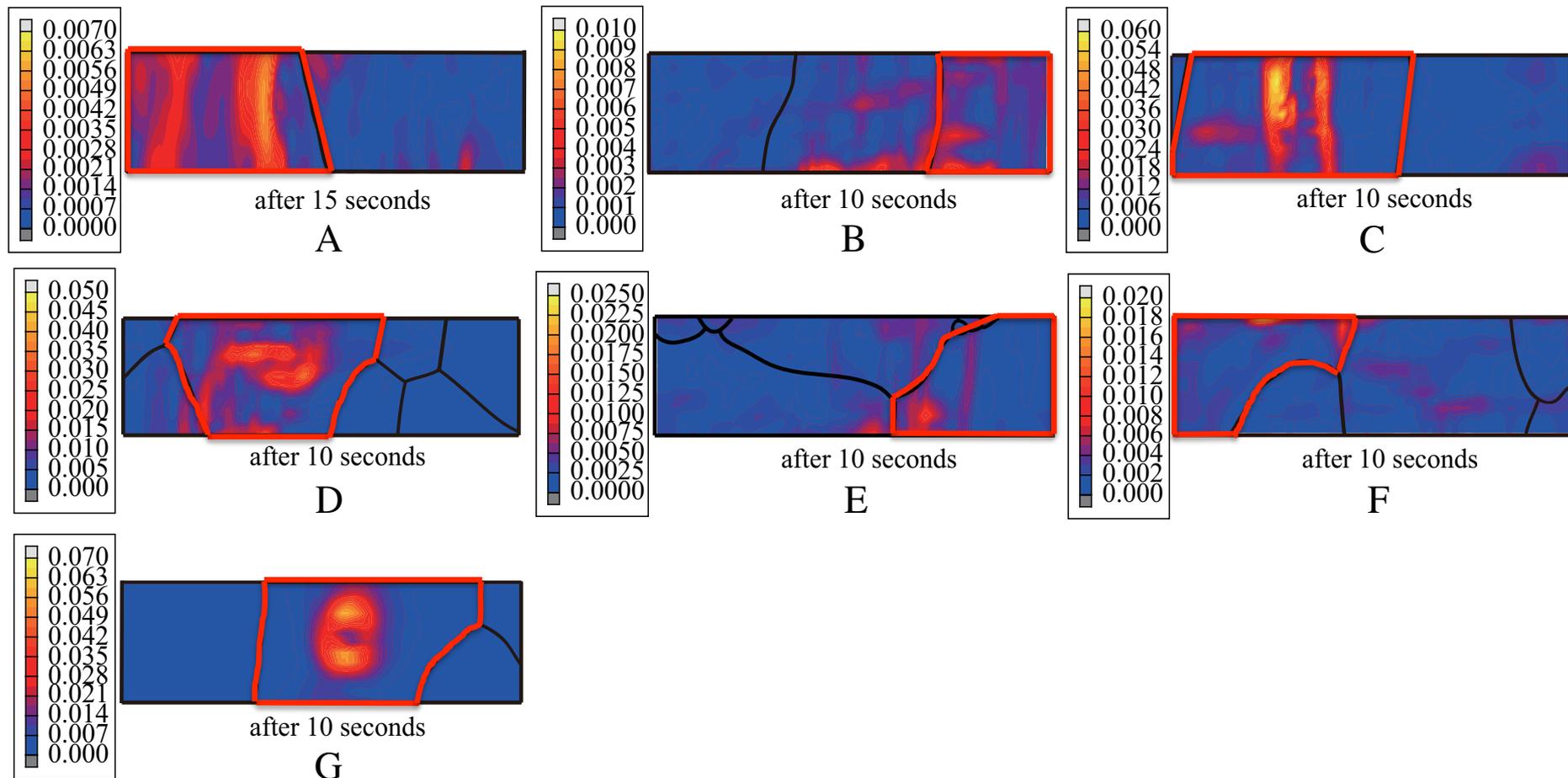
DICM計測結果とHillの異方性弾塑性解析結果(3)

応力-ひずみ曲線



- 異方性の影響により降伏応力は大きく変化し, 実験結果では, 降伏応力に約4~9MPa, 引張強度で2倍程度の差が生じている. 解析結果では, モデルEが最大.
- モデルGは一致しているが, その他のモデルは実験結果と一致しておらず, 加工硬化が起きている.

最初に活動した結晶粒の特定

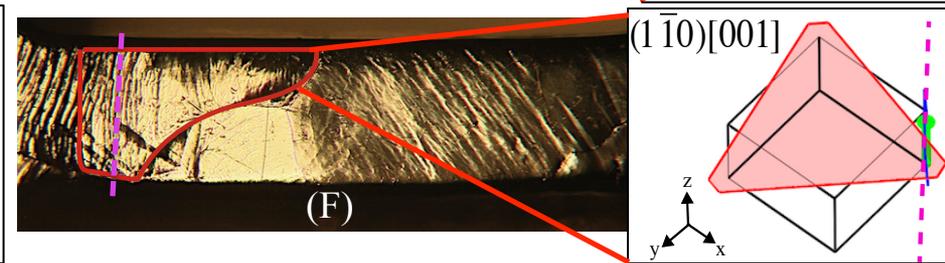
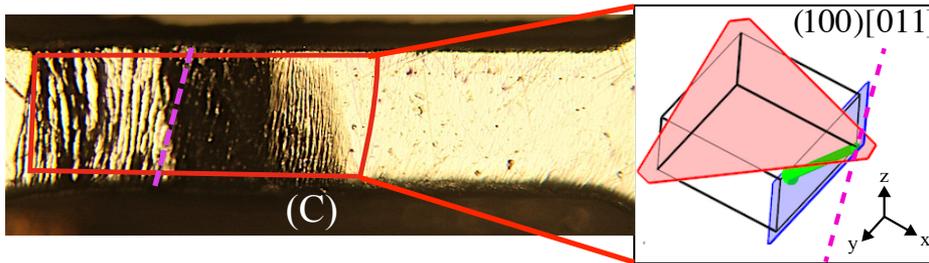
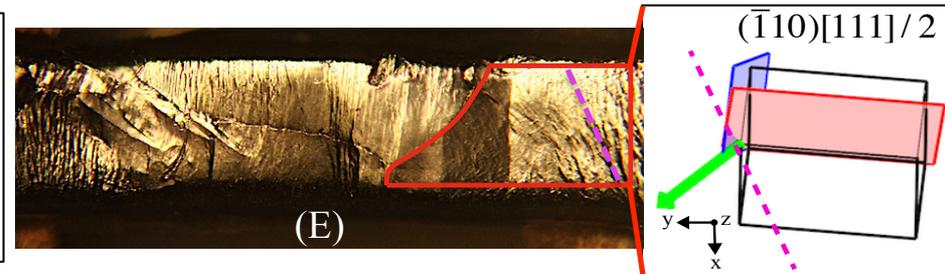
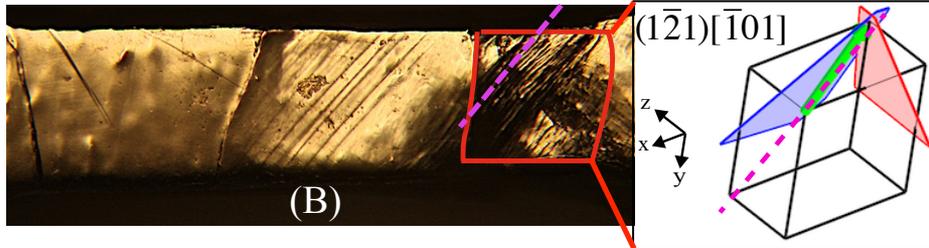


- DICM計測より取得した試験開始10秒もしくは15秒後の相当ひずみ分布においてひずみが強く現れている結晶粒を最初に活動した結晶粒とした.

最初に活動した結晶粒の活動すべり系



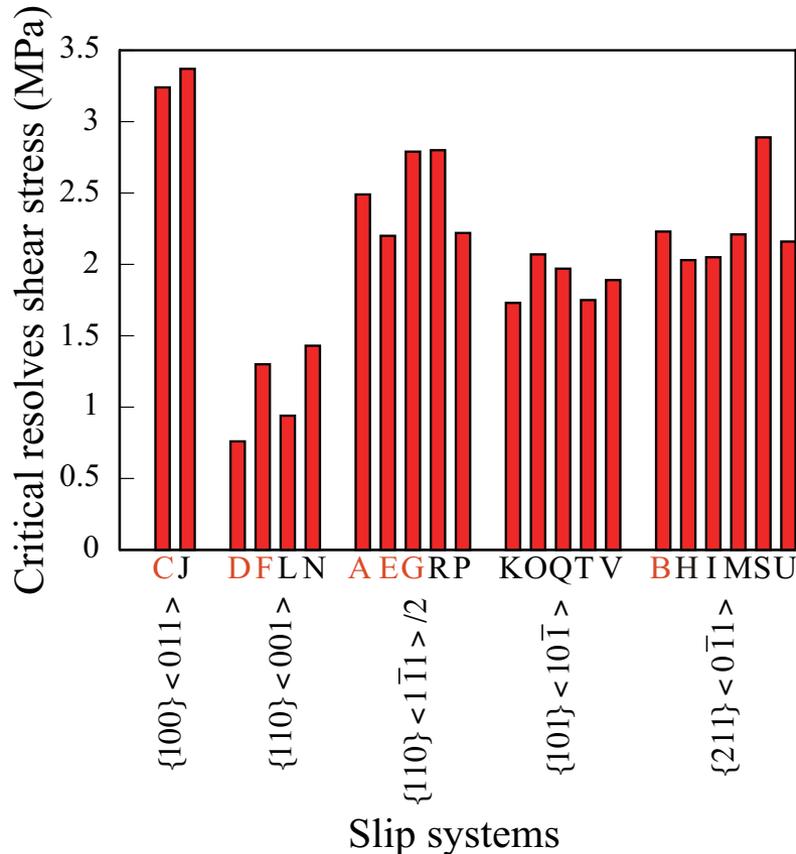
青色→ β -Snのすべり面
 黄緑色→ β -Snのすべり方向
 赤色→EBSD解析より取得した面方位
 紫色→すべり線



Slip systems $\{100\}\langle 011\rangle$ $\{110\}\langle 001\rangle$ $\{110\}\langle 1\bar{1}1\rangle/2$ $\{101\}\langle 10\bar{1}\rangle$ $\{121\}\langle 10\bar{1}\rangle$

Specimen **C, J** **D, F, L, N** **A, E, G, R, P** K, O, Q, T, V **B, H, I, M, S, U**

最初に活動した結晶粒のCRSS



臨界分解せん断応力

$$\tau_0 = \sigma \cos \theta \cos \phi$$

σ : 降伏応力 $\cos \theta \cos \phi$: シュミット因子

Slip system	τ_0 (MPa)	Reference ^[4]
{100} <011>	3.31	3.80
{110} <001>	1.10	1.30
{110} <1-11> / 2	2.50	2.30
{101} <10-1>	1.90	1.60
{211} <0-11>	2.26	1.70

- 活動すべり系が同じであれば結晶構造に関わらず臨界分解せん断応力はほぼ一定値を示す。
- すべり系により臨界分解せん断応力に差があり, 結晶方位の組み合わせにより変形の形態や降伏応力が変化するためと考えられる。

結晶塑性解析(hypela2および解析パラメータ)

- Marc2014.2の任意の材料モデルを定義することができるサブルーチン hypela2を用いて, 結晶塑性理論に基づく構成式の計算を行う。

最初に活動したすべり系から算出したCRSSおよび
 β -Snの5つのすべり系を考慮して解析を実施.

β -Snの弾性スティフネス^[4]

C_{11} (GPa)	C_{12} (GPa)	C_{13} (GPa)	C_{33} (GPa)	C_{44} (GPa)	C_{66} (GPa)
72.3	59.4	35.8	88.4	22.0	24.0

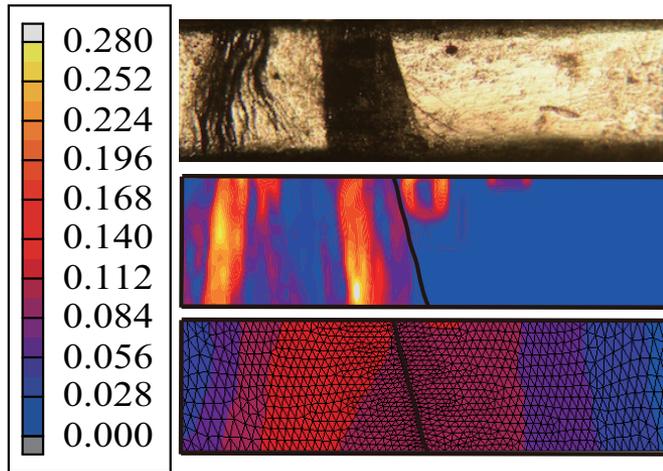
結晶塑性解析で用いたパラメータ

$\{100\} \langle 011 \rangle$	$\{110\} \langle 001 \rangle$	$\{110\} \langle \bar{1}11 \rangle / 2$	$\{101\} \langle 10\bar{1} \rangle$	$\{211\} \langle 0\bar{1}1 \rangle$ (MPa)
3.31	1.10	2.50	1.90	2.26
E (GPa)	$\dot{\gamma}_0$ (%/s)	n	Euler angle (°)	
41.0	0.02	30	任意	

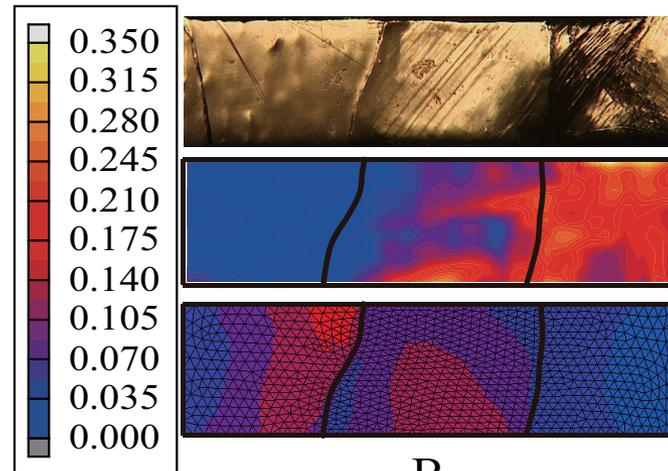
DICM計測結果と結晶塑性解析結果(1)

引張ひずみ7.5%時の相当ひずみ分布

計算の都合上、試験片A, B, Cのみ



A

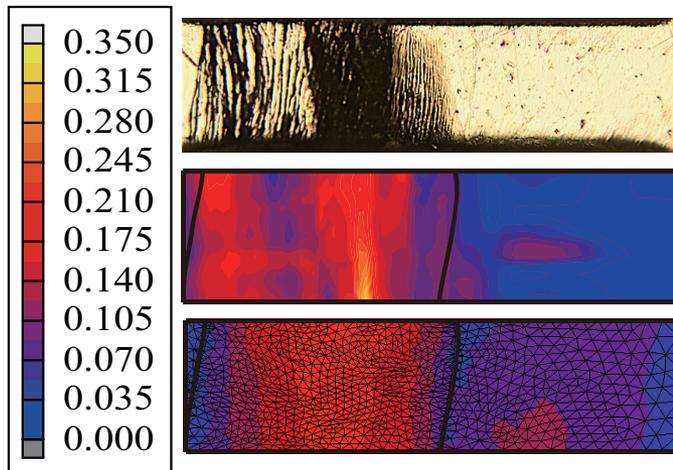


B

顕微鏡写真

DICM計測

FEM(結晶塑性)

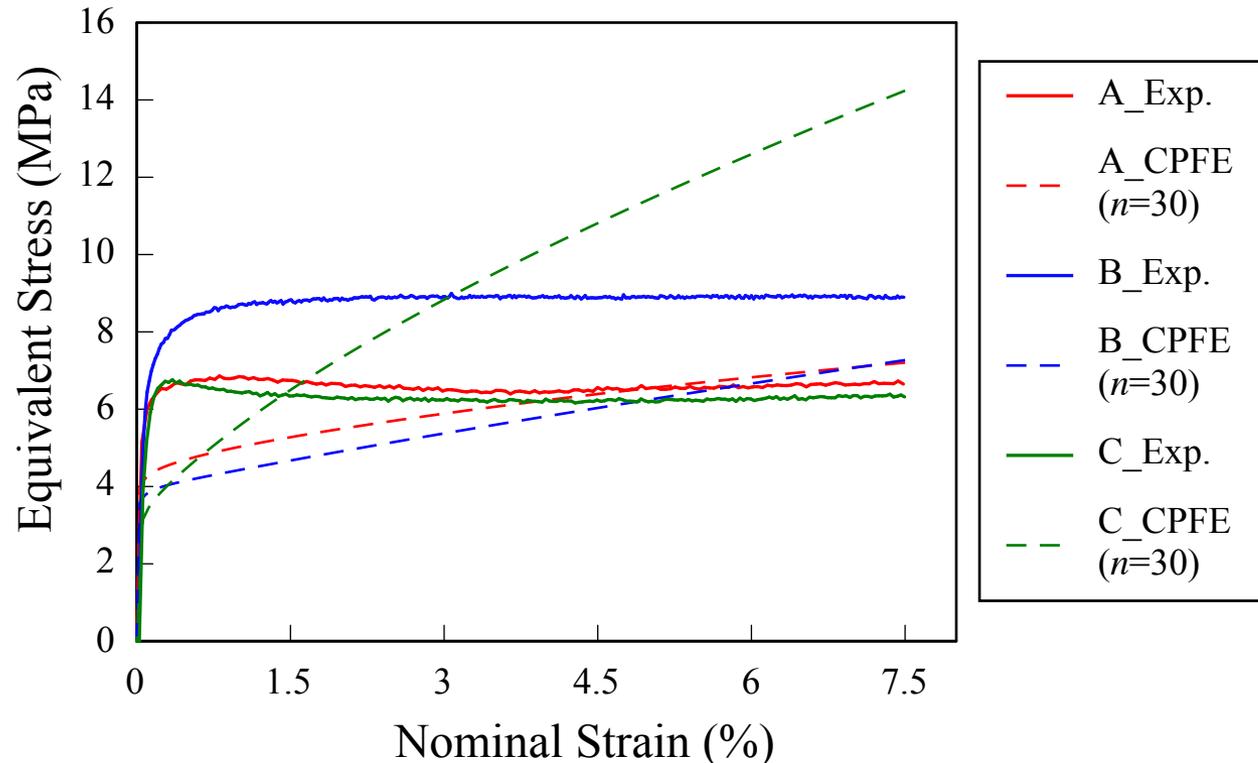


C

- 試験片A, CはDICM結果と解析結果が定性的に一致し、試験片Bは異なる。
- 今回考慮した β -Snのすべり系は5つであるため、変形を予測できるものとそうではないものがあったと考えられる。
- 他のモデルでも解析することができればひずみ分布が一致するのではないかと考えられる。

DICM計測結果と結晶塑性解析結果(2)

応力-ひずみ曲線



- モデルAは実験結果に比べ、降伏応力に差があるが公称ひずみ7.5%時の応力は近い値を示した。モデルB, Cは降伏応力が約2倍ほど差がある。
- すべてのモデルで加工硬化が起きており、結晶粒拘束硬化が働いたと考えられる。

本発表の流れ

- Snの特性
- 実験&解析方法
- 実験&解析結果
- **結論**

結論

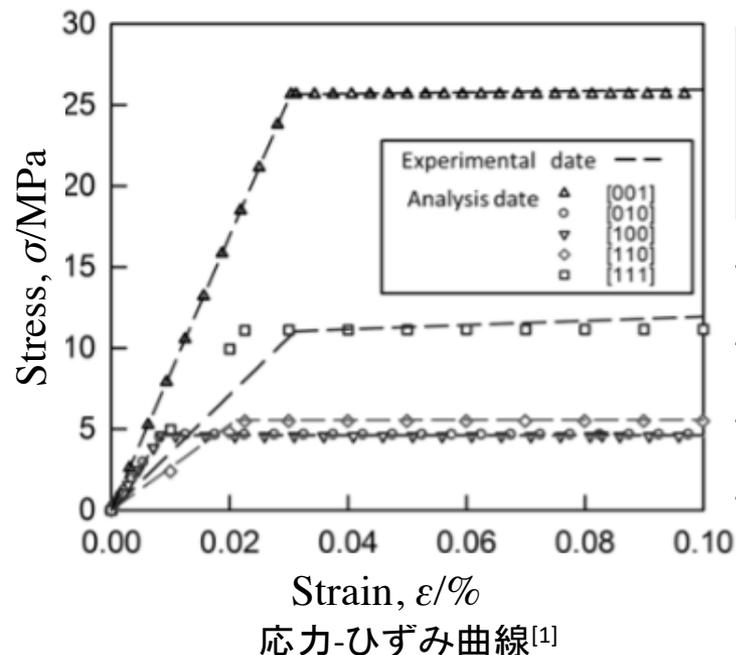
- β -Snの数結晶構造の変形は、結晶特性(結晶粒の大きさ, 数, 結晶方位など)により強く依存し, 異方性の影響は消失しない.
- FEM(Hill)解析では, Snは直交異方性ではないためDICM結果とFEM(Hill)解析結果は一致するものとししないものがある.
- 数結晶粒よりなる微細すず試験片のCRSSは, すべり系ごとに顕著な差があり, 変形形態や降伏応力に差が現れた要因の一つであると考えられる.
- 結晶塑性解析ではひずみ分布がDICM計測結果と定性的に一致するモデルもあるため, FEM(Hill)解析よりも結晶塑性解析の方が変形を予測するに効果的であることを示唆している.

ご清聴ありがとうございました

β-Snの特性と単結晶での引張について

複雑な結晶構造ゆえにヤング率や線膨張係数などの線形特性の異方性が多い^[5].

Direction	<100>	<101>	<001>	<111>	<110>	<103>
$\alpha, 10^{-6}/K$	15.4	18.9	30.5	20.5	15.4	26.4
E, Gpa	54.1	48.1	84.5	25.5	26.3	55.8



単結晶における低サイクル疲労試験とFEM(Hill)解析の結果. [001]方向の降伏応力が著しく高く, [010]および[100]方向の約5倍である.

		[010]	[100]	[001]	[110]	[111]
実験値	σ_y /MPa	4.57	4.64	25.66	5.56	11.03
解析値	σ_y /MPa	4.57	4.64	25.66	7.33	8.31

実験結果による
降伏応力の関係

$$[010] \leq [100] < [110] < [111] < [001]$$

[1] S. Tajima, Y. Kariya, Influence of Crystallographic Orientation on Fatigue Reliability β -Sn and β -Sn Micro-Joint, Materials transactions, Vol. 53, No. 12, (2012), pp. 2067-2071.

[5] J.E.Lee, A.Telang, K.N.Subramaniam, T.R.Bieler, Journal of Electronic Materials, vol.31 (2002), pp. 1152-1159.

Hillの異方性弾塑性解析について

単結晶の降伏応力

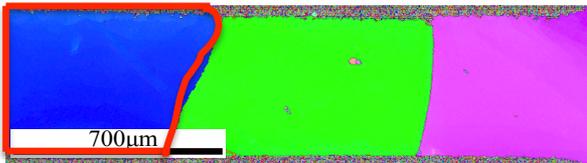
$$[010] \leq [100] < [110] < [111] < [001]$$



A



E



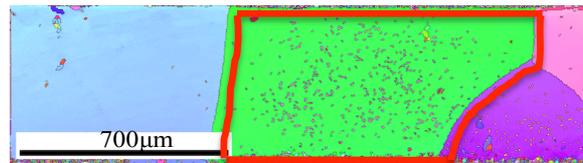
B



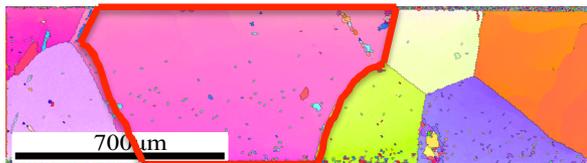
F



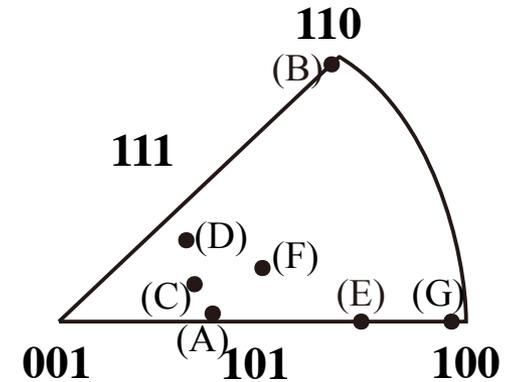
C



G



D



FEM(Hill)解析で変形した結晶粒のIPFマップ

- D, G, Eは結晶粒内において降伏応力が低い[100], [111]に配向している結晶粒が変形.
- A, C, Fは[101]付近のため判断が困難. Bは降伏応力が低い[100]が存在していたが, [110]に配向している結晶粒が変形している. 多結晶構造だと変形が複雑になる.

結晶塑性解析で考慮する β -Snのすべり系

実験より5つのすべり系のCRSSを算出. そのため, 5つのすべり系を考慮.

Family	α	\mathbf{m}_0^α	\mathbf{s}_0^α	Family	α	\mathbf{m}_0^α	\mathbf{s}_0^α
$\{100\} \langle 011 \rangle$	1	(100)	[011]	$\{211\} \langle 0\bar{1}1 \rangle$	12	(011)	$[0\bar{1}1]$
	2	(010)	[101]		13	$(\bar{1}01)$	[101]
	3	(100)	$[0\bar{1}1]$		14	$(0\bar{1}1)$	[011]
	4	(010)	$[\bar{1}01]$		15	(121)	$[\bar{1}01]$
$\{110\} \langle 001 \rangle$	5	(110)	[001]		16	(211)	$[0\bar{1}1]$
	6	$(1\bar{1}0)$	[001]		17	$(\bar{1}21)$	[101]
$\{110\} \langle 111 \rangle / 2$	7	(110)	$[\bar{1}11]/2$		18	$(1\bar{2}1)$	$[\bar{1}01]$
	8	(110)	$[1\bar{1}1]/2$		19	$(\bar{1}21)$	[101]
	9	$(\bar{1}10)$	$[111]/2$		20	$(\bar{2}11)$	$[0\bar{1}1]$
	10	$(1\bar{1}0)$	$[\bar{1}\bar{1}1]/2$		21	$(2\bar{1}1)$	[011]
$\{101\} \langle 10\bar{1} \rangle$	11	(101)	[001]		22	$(\bar{2}\bar{1}1)$	[011]

$\mathbf{m}_0^\alpha, \mathbf{s}_0^\alpha$: 基準座標系でのすべり面, すべり方向

Hypela2内部での結晶塑性論に基づく構成式の計算

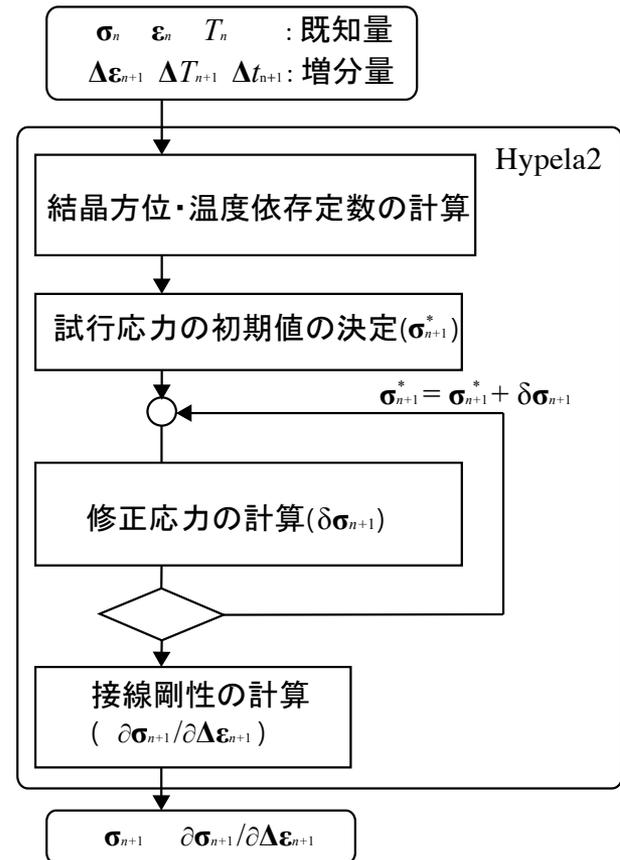
MSC. Marcは全変位, 変位増分, 全構造ひずみ(構造ひずみ=全ひずみ-熱ひずみ), 構造ひずみ増分および他の情報を引き渡す. 増分ステップ開始時 $t=n$ での応力とひずみ, 温度はひずみ増分と共にHypela2に渡される^[6]. 増分ステップ終了時 $t=n+1$ での応力と接線剛性を定義する必要がある.

接線剛性の計算

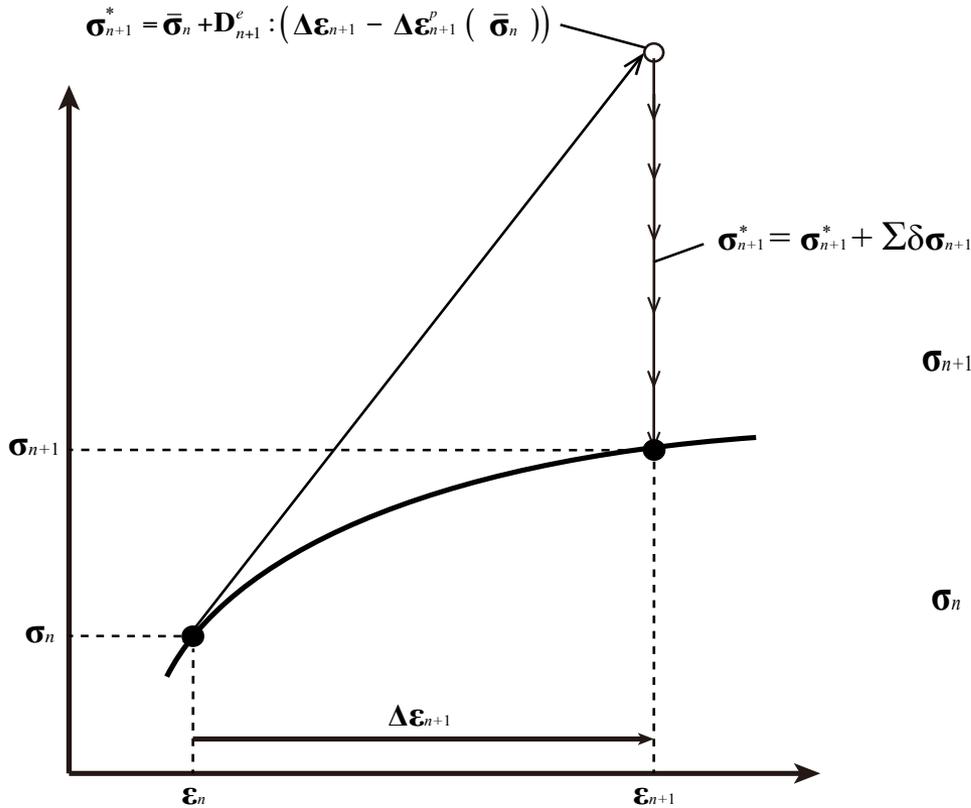
$$\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}} = \left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_{n+1}^e : \frac{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} \right)^{-1} : \mathbf{D}_{n+1}^e$$

$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}, \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$: $t=n+1$ での応力, ひずみ増分

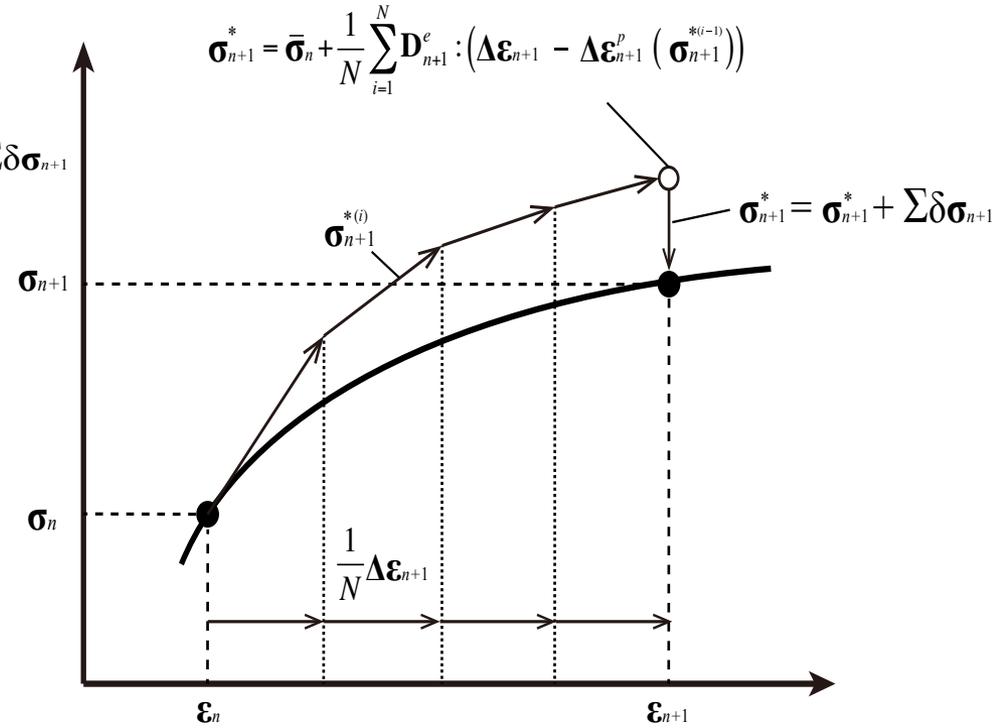
\mathbf{I} : 4階の単位テンソル \mathbf{D}_{n+1}^e : 弾性係数



試行応力の初期値の計算



初期値の決定方法

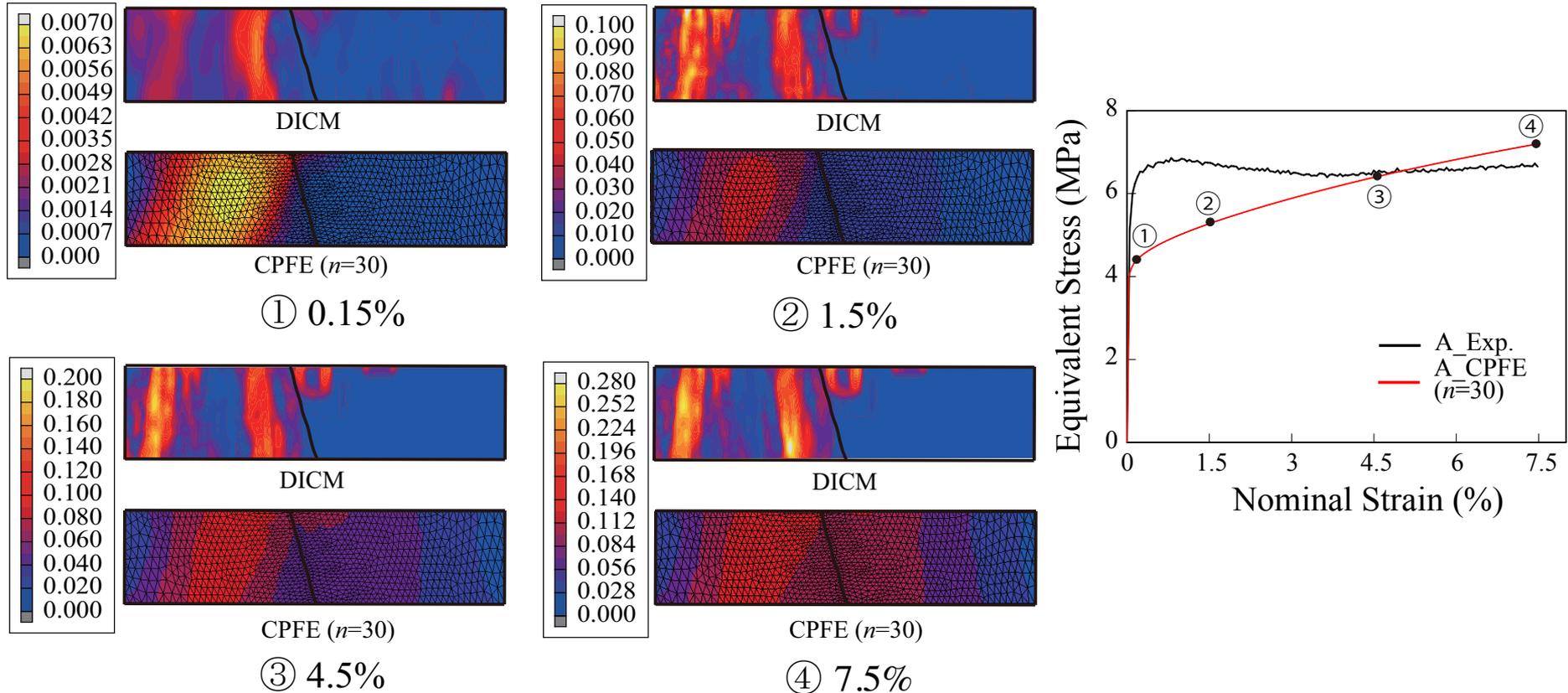


N等分した初期値の決定方法

- ひずみ増分を大きくすると試行応力の初期値と実際の応力の差が大きくなり、収束性が悪くなる。本研究では、ひずみ増分をN個のサブステップに等分割することで安定的な計算を行い初期値を決定している。

結晶塑性解析(試験片A)

公称ひずみ0.15~7.5%のときのDICM計測と結晶塑性解析で得られた相当ひずみ分布

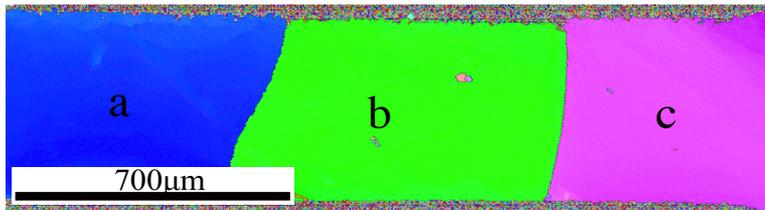


- ①のとき定性的・定量的にも一致し、最初に活動した結晶粒を予測できている。
- ②のときはひずみ分布が定性的に一致。
- ③のとき右側の結晶粒でもひずみが生じている。

結晶塑性解析で考慮したオイラー角



試験片A



試験片B



試験片C

		Euler angle (°)		
		α	β	γ
A	a	184.0	39.0	276.0
	b	165.0	85.0	122.0
B	a	8.3	89.9	45.7
	b	230.6	93.5	0.2
	c	45.7	50.2	139.4
C	a	140.3	134.5	87.1
	b	186.3	50.7	221.4
	c	202.2	149.3	169.3

有限要素解析

Hillの異方性弾塑性解析

- 塑性変形における異方性を考慮するために考えられたもの.
- R. Hill (1948)の降伏関数を用いた.

結晶塑性解析

- 結晶塑性解析手法は結晶粒レベルのすべり系/双晶系の活動に基づいてマクロレベルの塑性変形挙動を予測することが可能なマルチスケール解析手法.
- 材料の内部状態を表す変数として結晶方位を直接考慮できる点の特徴である.

Hillの塑性論について

降伏条件の定義1

Hillの異方性降伏条件は、塑性変形における異方性を考慮するために考えられたものである。材料を考慮して、応力成分のいくつかの組み合わせが臨界値に達したときに、降伏は発生する。

$$f(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}) = k = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_Y$$

ここで、 f は応力テンソルの6つの独立した関数で、 k は実験を経て、引張降伏応力を見つけることにより決定することができる材料定数である。

Hillの塑性論について

降伏条件の定義2

応力成分がフォン・ミーゼス基準下で以下の関係を満たす時に降伏すると仮定している。

$$2f(\sigma_{ij}) \equiv (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + 6(\tau_{23}^2 + \tau_{31}^2 + \tau_{12}^2) = 2\sigma_Y^2$$

$2\sigma_Y^2$ で両辺を割ることでHillの降伏基準を得る。

$$2f \equiv F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\tau_{23}^2 + 2M\tau_{31}^2 + 2N\tau_{12}^2 = 1$$

ここで、F, G, H, L, M, Nは材料定数またはHillの異方性定数と呼ばれる。 $\left(F = G = H = \frac{L}{3} = \frac{M}{3} = \frac{N}{3} = \frac{1}{2\sigma_Y^2}\right)$

Hillの塑性論について

降伏条件の定義3

材料異方性の直交軸の下で、 $\sigma_1^Y, \sigma_2^Y, \sigma_3^Y$ が異方性の軸に対して引張降伏応力であれば、以下の式のように表せる。

$$\frac{1}{(\sigma_1^Y)^2} = G + H, F = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\sigma_2^Y)^2} + \frac{1}{(\sigma_3^Y)^2} - \frac{1}{(\sigma_1^Y)^2} \right]$$

$$\frac{1}{(\sigma_2^Y)^2} = H + F, G = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\sigma_3^Y)^2} + \frac{1}{(\sigma_1^Y)^2} - \frac{1}{(\sigma_2^Y)^2} \right]$$

$$\frac{1}{(\sigma_3^Y)^2} = G + H, F = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\sigma_1^Y)^2} + \frac{1}{(\sigma_2^Y)^2} - \frac{1}{(\sigma_3^Y)^2} \right]$$

$\tau_{12}^Y, \tau_{23}^Y, \tau_{31}^Y$ がせん断での降伏応力であれば次のように表せる。

$$L = \frac{1}{2(\tau_{23}^Y)^2}; M = \frac{1}{2(\tau_{31}^Y)^2}; N = \frac{1}{2(\tau_{12}^Y)^2}$$

材料の向き of 定義

回転行列で、初期位置の単位列ベクトルを回転させることで方向ベクトルを求めることができる。

$$\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} u_1^x \\ u_1^y \\ u_1^z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \alpha - \cos \beta \sin \gamma \sin \alpha & -\cos \gamma \sin \alpha - \cos \beta \cos \alpha \sin \gamma & \sin \gamma \sin \beta \\ \cos \alpha \sin \gamma + \cos \gamma \cos \beta \sin \alpha & \cos \gamma \cos \beta \cos \alpha - \sin \gamma \sin \alpha & -\cos \gamma \sin \beta \\ \sin \beta \sin \alpha & \cos \alpha \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} u_2^x \\ u_2^y \\ u_2^z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \alpha - \cos \beta \sin \gamma \sin \alpha & -\cos \gamma \sin \alpha - \cos \beta \cos \alpha \sin \gamma & \sin \gamma \sin \beta \\ \cos \alpha \sin \gamma + \cos \gamma \cos \beta \sin \alpha & \cos \gamma \cos \beta \cos \alpha - \sin \gamma \sin \alpha & -\cos \gamma \sin \beta \\ \sin \beta \sin \alpha & \cos \alpha \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

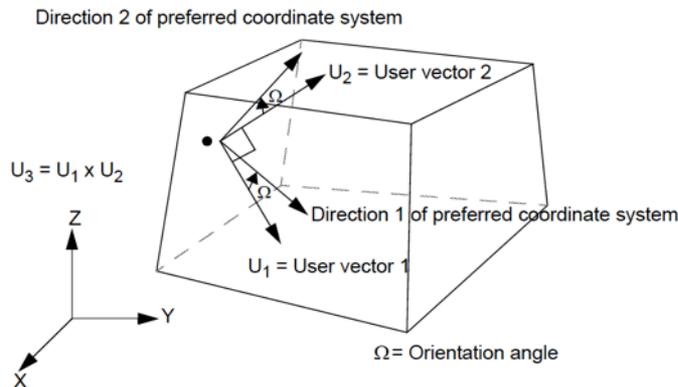


Fig.4 – Illustration of defining material orientation

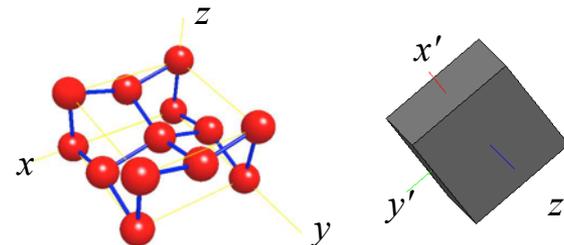
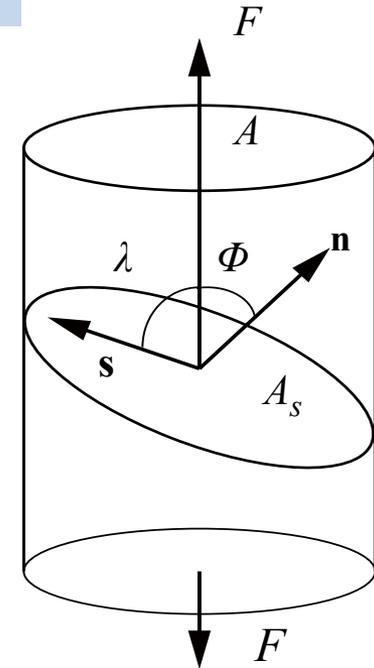


Fig.5– Lattice coordination system used in EBSD analysis & orientation example of $\alpha = 44.4^\circ$, $\beta = 34.4^\circ$, $\gamma = 85.5^\circ$

シュミット因子と分解せん断応力

すべり面上に作用するすべり方向のせん断応力

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{\text{Resolved force in slip direction}}{\text{Area of slip plane}} \\ &= \frac{F \cos \lambda}{\left(\frac{A}{\cos \phi} \right)} \\ &= \frac{F}{A} \cos \phi \cos \lambda \\ &= \sigma \cos \phi \cos \lambda\end{aligned}$$



分解せん断応力(resolved shear stress)

すべり系について

すべり面とすべり方向の組み合わせ

すべり面

➡ 最密面

原子密度が大きな面ほど面間距離が大きく、原子面の間でズレが生じやすい。

すべり方向

➡ 最密方向

原子間距離が小さい方向では、原子同士の結合が強く、互いに離れにくい。

すべりは原子密度最大面で原子密度最大の方向に起こる